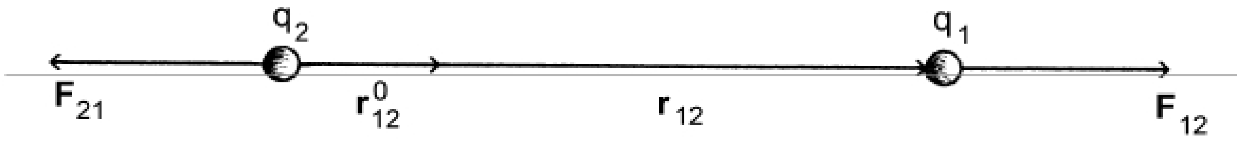
Fyzika 2, okruh otázok na skúšku, Markoš

1. **Elektrostatika vo vákuu, v dielektrikách a kovoch**

- **Napíšte Coulombov zákon pre silu medzi dvoma nábojmi Q_1 a Q_2 vo vákuu. Vysvetlite význam jednotlivých veličín, ktoré do zákona vstupujú. Aký smer má sila pôsobiaca medzi dvoma nábojmi? Permitivita vákua ε_0 : jednotka, veľkosť (rádová)**

Coulombov zákon: $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$, vektorový tvar $\vec{F}_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$



q_1, q_2 – veľkosti nábojov; r – vzdialenosť nábojov

Permitivita vákua: $\varepsilon_0=\frac{1}{\mu_0\cdot c^2}=8{,}854187818\cdot10^{-12}\,F\cdot m^{-1}$ Nemeria sa, je to definovaná hodnota.

$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\,H/m$

- **Ako je definovaná intenzita elektrického poľa $\vec{E}$? Akú má jednotku? Intenzita elektrostatického poľa jednoduchých útvarov: homogénne nabitej gule, roviny, priamky. Intenzita poľa vo vnútri homogénne nabitej gule a vo vnútri kovu.**

Intenzita elektrického poľa $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}[m\cdot kg\cdot s^{-3}\cdot A^{-1}]\rightarrow\vec{F}=\vec{E}\cdot q$

Intenzita priamky: $E_r(r)=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\int_0^{\pi/2}\cos\varphi\,d\varphi=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Intenzita roviny: $2SE=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}\rightarrow E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Intenzita mimo gule: $E(r)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Intenzita vo vnútri gule: $E(r)=\frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$

Intenzita vo vnútri kovu: $E=0$

- **Napíšte Gaussovu vetu pre $\vec{E}$ a $\vec{D}$ v elektrostatike (v integrálnom aj diferenciálnom tvare).**

Tok intenzity elektrického poľa $\vec{E}$ uzavretou plochou S sa rovná náboju Q uzavretému plochou a delenému elektrickou konštantou poľa (starý názov : permitivitou vákua) ε_0 .

integrálny tvar: $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$ diferenciálny tvar: $\operatorname{div}\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\vec{D}$ v integrálnom tvare: $\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=Q$ v diferenciálnom tvare: $\operatorname{div}\vec{D}=\rho_{\text{voľné}}$

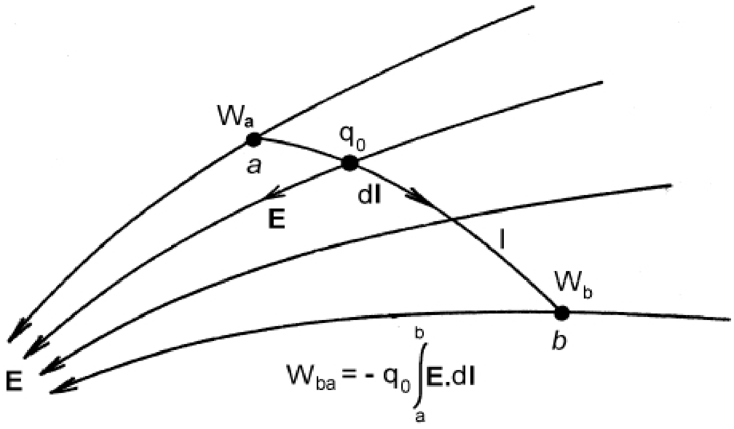
- **Definícia elektrostatického potenciálu. Jednotka potenciálu. Vzťah elektrostatického potenciálu V(r) a intenzity poľa E(r). Ako je definovaná ekvipotenciálna plocha v elektrostatickom poli? Prečo je povrch kovu ekvipotenciálnou plochou?**

Potenciál $V=-\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}\rightarrow[V]=\frac{[J]}{[C]}=m^2\cdot kg\cdot s^{-3}\cdot A^{-1}$

$\vec{E}=-\operatorname{grad}V$

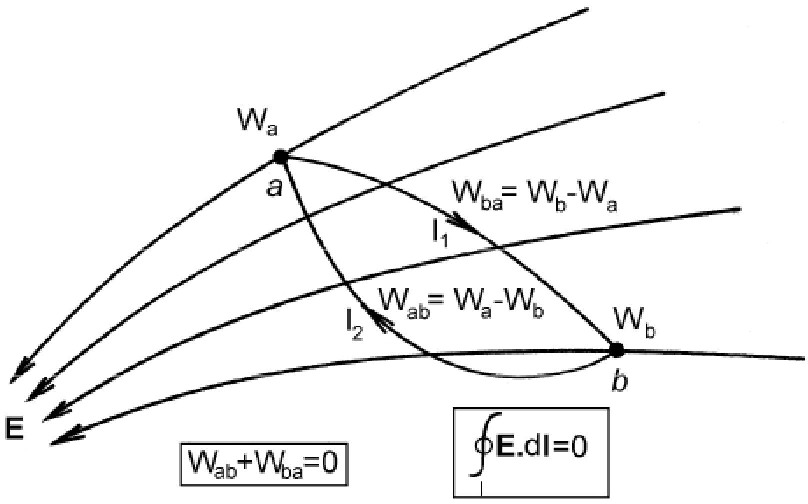
Plochy konštantného potenciálu nazývame ekvipotenciálne plochy . Povrch kovu je ekvipotenciálnou plochou, pretože je na ňom konštantný potenciál.

- **Definujte prácu vykonanú v elektrostatickom poli prenosom náboja. Ukážte, že práca vykonaná prenosom náboja po uzavretej dráhe je nulová.**



Práca vykonaná prenosom náboja:

$$W_{ba} = -\int_{a\,(l)}^{b} \vec{F}\cdot d\vec{l} = -q_0\int_{a\,(l)}^{b} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$



$$W_{ba} = -q_0\int_{a(l_1)}^{b} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$W_{ab} = -q_0\int_{b(l_2)}^{a} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

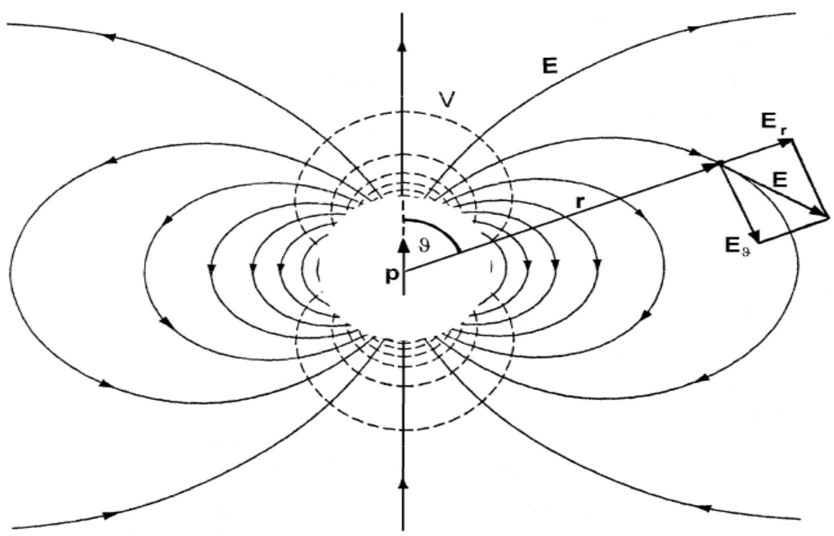
$$\downarrow$$

$$W_{ba} = W_b - W_a$$

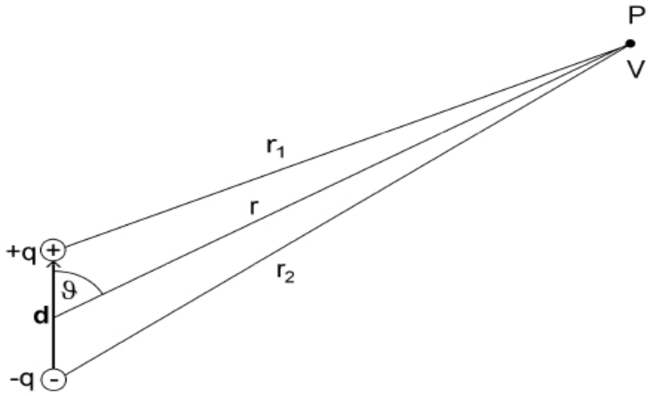
$$W_{ab} = W_a - W_b = -W_{ba}$$

$$\mathbf{W_{ab} + W_{ba} = 0}$$

- **Definícia elektrického dipólu. Elektrostatické pole dipólu: nakreslite a napíšte vzorec. Ako klesá intenzita na veľkých vzdialenostiach? Porovnajte s elektrostatickým poľom bodového náboja.**



Elektrostatickým dipólom nazývame dvojicu rovnako veľkých nábojov opačného znamienka ±q uložených v pevnej vzájomnej vzdialenosti d. Nasledujúce vzťahy platia len vo vzdialenosti r>>d a preto oblasť vo vzdialenosti blízkej d nie je zobrazená.



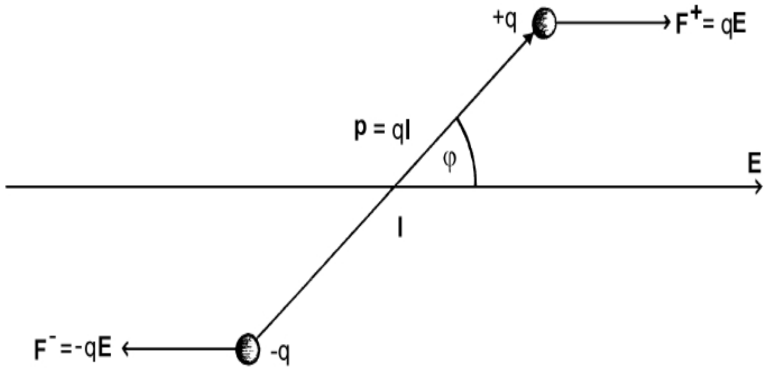
V bode P bude potenciál daný superpozíciou potenciálov jednotlivých nábojov, teda $V(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$. Po úpravách dostávame $V(\vec{r})=\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$, kde $\vec{p}=q\vec{d}$ (elektrický dipólový moment). Intenzita poľa dipólu je

$$\vec{E}(\vec{r})=-\operatorname{grad} V(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{3\vec{r}(\vec{p}\cdot\vec{r})}{r^5}-\frac{\vec{p}}{r^3}\right]$$

Z daného vzťahu vidíme, že intenzita klesá so vzdialenosťou ako funkcia $\frac{1}{r^3}$.

- **Odvoďte vzťah pre silu a moment sily pôsobiacej na elektrický dipól v homogénnom elektrostatickom poli.**

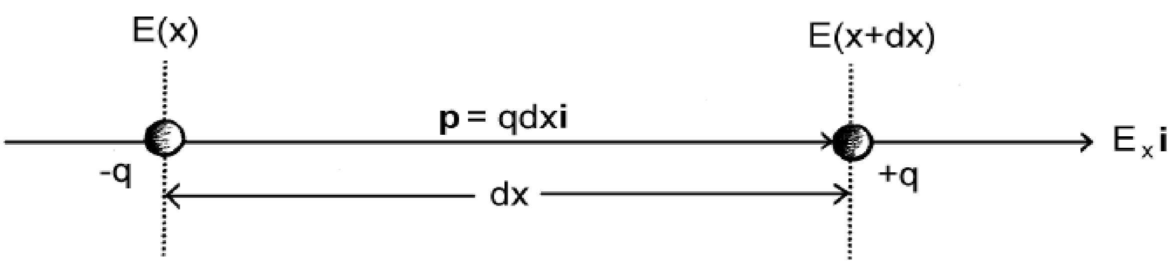
V homogénnom elektrickom poli pôsobí na dipól dvojica síl F = ±qE na ramene, ktorého dĺžka sa rovná dĺžke dipólu, teda silový točivý moment $M=Fl\sin\varphi=qEl\sin\varphi=pE\sin\varphi$, alebo vo vektorovom tvare $\vec{M}=\vec{p}\times\vec{E}\,[\mathrm{Nm}]$.



Na dipól orientovaný v smere alebo proti smeru poľa (φ = 0, π) nepôsobí žiadny točivý moment, teda $M_{min} = 0$. V kolmej polohe (φ = π/2, 3π/2) na dipól pôsobí maximálny moment $M_{max} = pE$. Voľný dipól sa teda v homogénnom poli otočí do smeru tohto poľa a táto poloha je preň stabilná. V homogénnom poli na dipól nepôsobí žiadna translačná sila.

Ak pole, v ktorom sa dipól nachádza, je nehomogénne, pôsobí naň okrem točivého momentu aj translačná sila, ktorá má tendenciu premiestniť ho do miesta, kde je absolútna hodnota intenzity poľa väčšia. Ak dipól smeruje pozdĺž siločiary v smere x, potom na každý z jeho nábojov pôsobia dve opačné sily, ktoré sa veľkosťou nepatrne líšia, takže výsledná pôsobiaca sila je

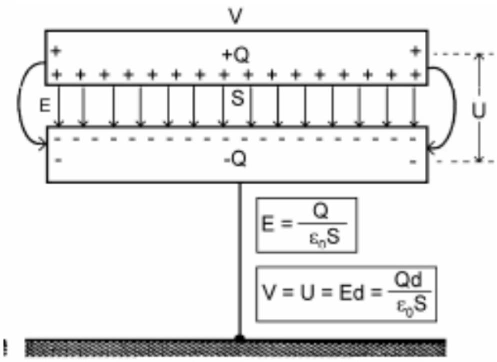
$$F_x=qE_x(x+dx)-qE_x(x)=q[E_x(x+dx)-E_x(x)]=q\,dx\frac{dE_x}{dx}$$



Sila je úmerná súčinu priemetu dipólového momentu qdx do smeru x a zmene intenzity na jednotku dĺžky dE/dx, teda gradientu x-ovej zložky poľa. Všeobecne možno napísať $F_x=\vec{p}\cdot\operatorname{grad}E_x$. Vo vektorovom tvare $\vec{F}=(\vec{p}\cdot\operatorname{grad})\vec{E}$.

- **Kondenzátor: definícia, vzťah medzi nábojom a napätím. Definícia kapacity kondenzátora s dielektrikom. Jednotka kapacity C.**

Kondenzátor je sústava dvoch navzájom izolovaných vodičov, obyčajne plochých, zvyčajne oddelených tenkou vrstvou dielektrika; slúži na zhromažďovanie náboja. Napätie U závisí iba od veľkosti náboja Q, veľkosti nabitej plochy a jej vzdialenosti d od uzemnenej platne. Pomer náboja a napätia Q/U medzi platňami takto definuje **kapacitu C** sústavy nabitá platňa a uzemnená platňa spolu so Zemou.



Kladný náboj Q a prakticky rovnako veľký opačný náboj – Q sú rozložené rovnomerne s hustotami s = ±Q/S a medzi rovinami S vytvárajú takmer homogénne pole

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

Napätie medzi rovinami sa pri tomto homogénnom poli rovná súčinu intenzity a vzdialenosti rovín $U=E\,d=\frac{Q\,d}{\varepsilon_0 S}$. Výsledná kapacita kondenzátora $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$. Jednotka je $[C]=[A\cdot s]$.

- **Definujte vektor elektrickej indukcie $\vec{D}$: čím je určený ? Akú má jednotku ?**

Vektor elektrickej indukcie $\vec{D}$ je vektorová veličina charakterizujúca elektrické pole, ktorej veľkosť závisí iba od rozloženia voľných elektrických nábojov v priestore; a je vyjadrená vzťahom $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}\ \ [C\cdot m^{-2}]$.

Vektor $\vec{D}$ je súčtom vektora polarizácie $\vec{P}$ a vektora intenzity poľa $\vec{E}$ vynásobeného elektrickou konštantou poľa ε_0 .

- **Intenzita elektrického poľa $\vec{E}$ v dielektriku a vo vnútri kovu a na povrchu kovu. Faradayova klietka. Relatívna permitivita ε_r .**

Permitivita je veličina charakterizujúca vplyv elektrického poľa na elektrické javy v látkach.

Poznáme ε_0 - permitivitu vákua a $\varepsilon_r=\frac{E_0}{E}$, kde E0 je intenzita el. poľa vo vákuu a E je intenzita el. poľa- relatívna permitivita. Je to bezrozmerná veličina charakterizujúca prostredie, ktoré udáva, koľkokrát je silové pôsobenie medzi nábojmi v danom prostredí menšie ako vo vákuu. Z toho vyplýva, že $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$.

Zvláštnu úvahu si vyžaduje elektrostatické pole v dutine vodiča. Intenzita E je v dutine vodiča nulová. Táto skutočnosť sa využíva na ochranu ľudí a prístrojov pred účinkami vonkajšieho elektrostatického poľa. Ide o tzv. tienenie formou **Faradayovej klietky.** Táto sa zhotovuje zvyčajne z drôtového pletiva. Pod účinkom vonkajšieho el.stat. poľa dochádza v klietke k takému posunu voľných elektrónov, že v klietke je intenzita výsledného el.stat. poľa nulová a nemôže poškodiť objekty, ktoré sú v klietke.

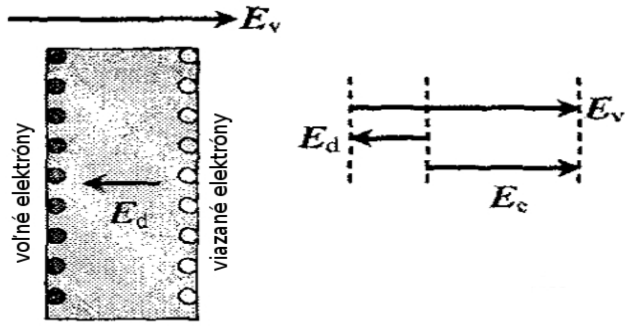
- **Vektor polarizácie $\vec{P}$: definícia, vzťah medzi $\vec{E},\vec{P},a\,\vec{D}$ v dielektrikách. Jednotka $\vec{P}\,a\,\vec{D}$.**

Polarizačný stav látky, spôsobený účinkom elektrického poľa, treba najprv kvantitatívne opísať. Na tento opis sa zavádza vektorová veličina, ktorú nazývame **vektor elektrickej polarizácie** a budeme ho označovať symbolom $\vec{P}$. Vektor elektrickej polarizácie je definovaný ako dipólový moment jednotky objemu polarizovanej látky a matematicky ho možno vyjadriť výrazom

$$\vec{P}=\lim_{\Delta\tau\to 0}\frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta\tau}\ \ [C\cdot m^{-2}]$$

Jednotka je rovnaká ako pri vektore elektrickej indukcie $\vec{D}\ \ [C\cdot m^{-2}]=[A\cdot s\cdot m^{-2}]$

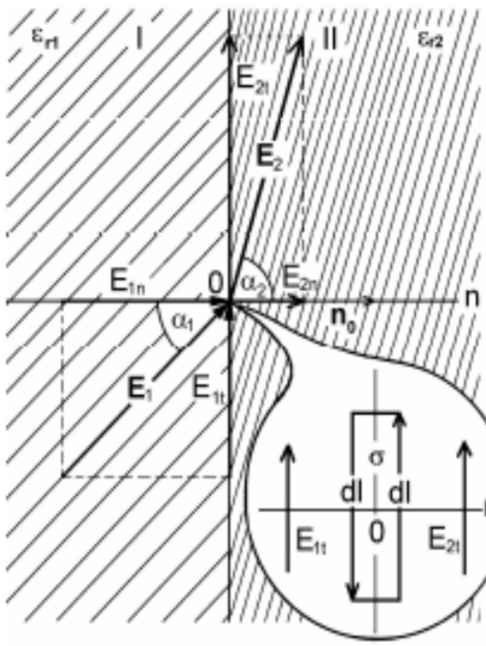
- **Pôvod viazaného náboja v dielektrikách. Vzťah medzi viazanými nábojmi a polarizáciou. Vysvetlite rozdiel medzi viazaným a voľným nábojom. Ukážte na príklade kondenzátora s dielektrikom.**



Pod **viazanými nábojmi** budeme rozumieť tie náboje, ktoré sú súčasťami atómov alebo molekúl dielektrika, ktoré sa podieľajú na tvorbe jeho dipólov a ktoré bez potrhania atómových alebo molekulárnych väzieb nemožno z dielektrika odviesť.
Voľný náboj sa môže v telese premiestňovať na makroskopické vzdialenosti a má pôvod buď priamo v telese, alebo mohol byť na teleso prinesený zvonka (nabíjanie telies).

$$\vec{E}_c = \vec{E}_v + \vec{E}_d$$

- **Odvoďte hraničné podmienky pre $\vec{E}$ a $\vec{D}$ na rozhraní dvoch dielektrík (bez voľných nábojov)**



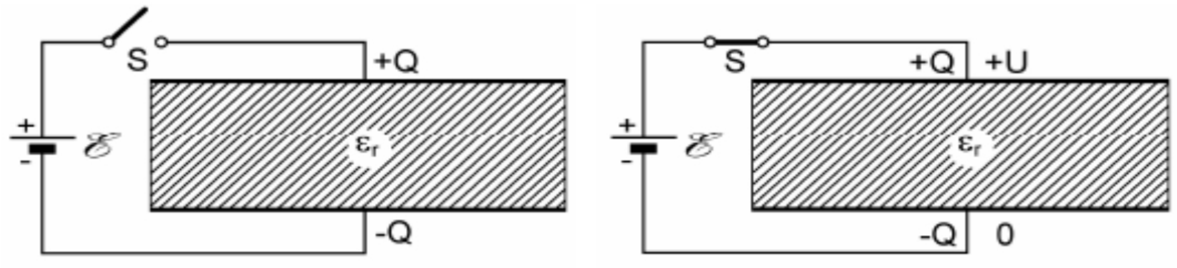
Uvažujme **rozhranie dvoch dielektrík** v bode 0 a v jeho nekonečne malom okolí na , v ktorom je nenulové elektrické pole dané vektormi $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ na jednej a druhej strane rozhrania, a im zodpovedajúce vektory $\vec{P}_1, \vec{P}_2$ a $\vec{D}_1, \vec{D}_2$. Pre všeobecnosť predpokladajme, že na rozhraní je rozložený voľný plošný náboj s hustotou σ. Nech je n normála k rozhraniu a $\vec{n}_0$ jednotkový vektor normály smerujúci z prostredia I do prostredia II. Rozložme v bode 0 v oblasti I vektor $\vec{D}_1$ na normálovú zložku D_{1n} pozdĺž normály k rozhraniu a tangenciálnu zložku D_{1t}. Podobne v tom istom bode sprava, v oblasti II, rozložme $\vec{D}_2$ na zložky D_{2n} a D_{2t}. Ak okolo bodu 0 vytvoríme nekonečne malý valček so základňami dS (valček má nulovú dĺžku), môžeme naň aplikovať zovšeobecnený Gaussov zákon. Pre normálovú zložku vektora $\vec{D}$ získame vzťah

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$

Aplikácia rovnakého postupu na tangenciálnu zložku nevedie k výsledku, treba sa pokúsiť o dráhový integrál po uzavretej dráhe. Lenže dráhový integrál pre vektor $\vec{D}$ nie je určený. Našťastie, dráhový integrál intenzity elektrického poľa $\vec{E}$ po uzavretej dráhe nezávisí od prostredia, a aj v dielektriku sa rovná nule. Aplikujme teda tento princíp na nekonečne malú obdĺžnikovú slučku s výškou dl tesne na rozhraní. Pre tangenciálne zložky vektora $\vec{E}$ po uzavretej slučke (ktorej šírka je v skutočnosti nulová) môžeme napísať

$$E_{2t} - E_{1t} = 0 \quad \Rightarrow \quad n_0 \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma$$
$$n_0 \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$$

- **Odvoďte vzťah pre energiu kondenzátora vo vákuu a kondenzátora s dielektrikom. Akou silou sa priťahujú platne kondenzátora ?**



Začiatočná energia kondenzátora s dielektrikom sa dá vyjadriť výrazmi

$$W_{zač}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_r C_0}=\frac{1}{2}\varepsilon_r C_0 U^2$$

a jeho konečná energia po vytiahnutí dielektrika

$$W_{kon}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_0}=\frac{1}{2}\varepsilon_r C U^2=\frac{1}{2}\varepsilon_r^2 C_0 U^2$$ DOPLNIŤ SILU!!!

2. Elektrický prúd

- **Nosiče elektrického prúdu. Definícia a jednotka el. prúdu a prúdovej hustoty.**

Elektrický prúd je usmernený kolektívny pohyb elektrických častíc pričom pohybovať sa môžu elektróny, menej často protóny, prípadne iné elementárne častice, alebo aj kladné, resp. záporné ióny.

Definícia: $I=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{dQ}{dt}$ $\qquad \left[1A=\frac{C}{s}\right]$

Hustota elektrického prúdu (plošný elektrický prúd): $J=\lim\limits_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta I}{\Delta S}=\frac{dI}{dS}$ $\qquad \left[\frac{A}{m^2}\right]$

- **Napíšte a vysvetlite rovnicu kontinuity pre prúd a náboj.**

Ak do objemu ohraničeného uzavretou plochou prichádza za sekundu viac elektrického náboja ako vychádza, potom v uzavretej ploche náboja pribúda.

V integrálnom tvare:

$$\iint_{S_1} J_1\cdot dS+\iint_{S_2} J_2\cdot dS=-\frac{dQ}{dt}\quad\Rightarrow\quad \iint_S J\cdot dS=-\frac{dQ}{dt}$$

V diferenciálnom tvare:

$$\operatorname{div} J+\frac{\partial\rho_v}{\partial t}=0$$ kde ρ_v je objemová hustota voľného elektrického náboja

- **Ohmov zákon. Definícia a jednotka elektrického odporu a merného odporu. Vodivosť a merná vodivosť. Joulove straty na odpore.**

Ohmov zákon v diferenciálnom tvare:

$$J=\frac{n e^2\tau}{2m_e}E=\gamma E$$ konduktivita prostredia $\gamma=\frac{n e^2\tau}{2m_e}$ $\qquad \left[\frac{A}{V\cdot m}=\Omega^{-1}\cdot m^{-1}\right]$

$$E=\rho J$$ rezistivita prostredia $\rho=\frac{1}{\gamma}$ $\qquad [\Omega\cdot m]$

V integrálnom tvare:

$$E\,l=(JS)\left(\rho\frac{l}{S}\right)\quad\Rightarrow\quad U=R\cdot I$$

elektrický odpor $R[\Omega]$ $\qquad$ elektrická vodivosť $G=\frac{1}{R}[S]$

Jaulove straty:

$$W_s = \int_0^{t_1} P\,dt = \int_0^{t_1} R\,I^2\,dt$$

- **Kirchhoffove zákony pre prúd a pre napätie. Jednoduché obvody s odpormi a kondenzátormi. Energetické zmeny v obvodoch s kondenzátorom a odporom.**

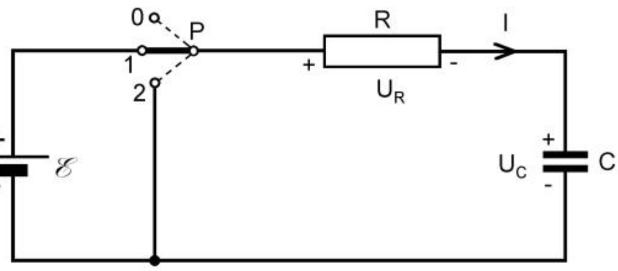
Prvý Kirchhofov zákon - v ustálenom stave súčet prúdov vstupujúcich do uzla sa rovná súčtu prúdov z uzla vystupujúcich

$$\iint_{S_1} J_1 \cdot dS + \iint_{S_2} J_2 \cdot dS + \iint_{S_3} J_3 \cdot dS = \boldsymbol{\iint} \mathbf{J \cdot dS = 0} \quad \Rightarrow \quad \sum_{k=1}^{N} I_k = 0$$

Druhý Kirchhofov zákon - v uzavretej slučke, ktorá je súčasťou elektrického obvodu, sa súčet elektromotorických napätí zdrojov pôsobiacich v jednotlivých vetvách, rovná súčtu elektrických napätí na jednotlivých rezistoroch

$$\sum_k U_{mk} = \sum_k R_k I_k$$

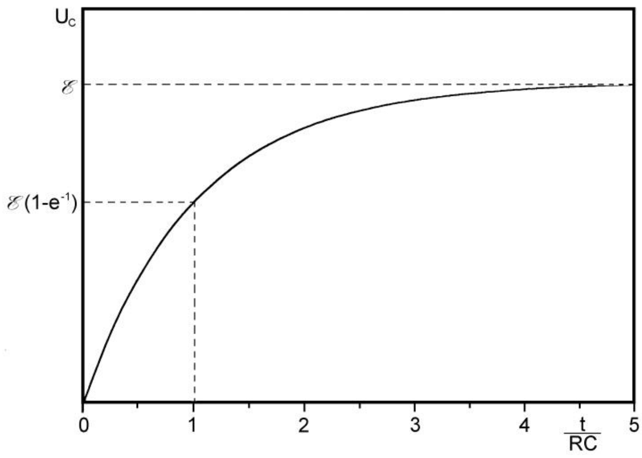
Na prvý pohľad sa zdá, že **jednoduchým obvodom** pozostávajúcim zo zdroja, odporu R a kondenzátora kapacity C, elektrický prúd netečie, pretože obvod nie je galvanicky uzavretý. Ak sa pripojí kondenzátor na zdroj elektrického výkonu, nabije sa elektrickým nábojom a bude nositeľom elektrickej energie. Ak sa teda obvod vytvorený zo zdroja, odporu a nenabitého kondenzátora elektricky uzavrie, bude sa kondenzátor nabíja, takže zdrojom a odporom musí tiecť elektrický prúd. Ako sa kondenzátor postupne nabíja, musí prúd v čase klesať. Ak naopak, nabitý kondenzátor pripojíme paralelne k rezistoru, bude sa kondenzátor vybíjať a obvodom tiež potečie v čase klesajúci elektrický prúd.

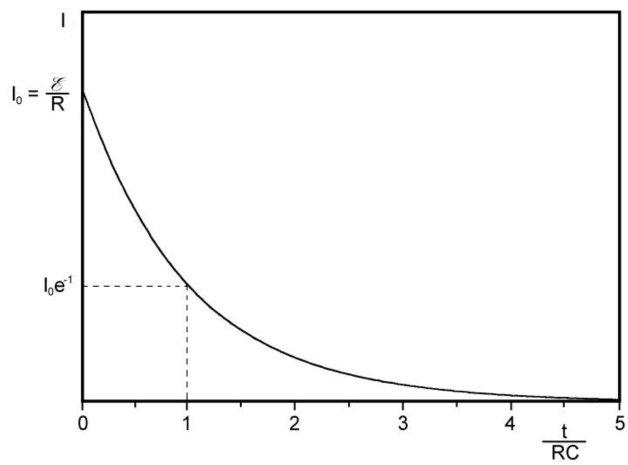


Na obrázku je zapojenie pozostávajúce z bezodporového – ideálneho napäťového zdroja ε , odporu R v sérii s kondenzátorom C, ktoré možno pomocou trojpolohového prepínača P pripojiť buď k zdroju (poloha 1), alebo sériové spojenie RC skratovať (poloha 2). Budeme pre jednoznačnosť predpokladať, že na začiatku je kondenzátor vybitý, teda je na ňom nulové napätie. V čase t = 0 prepínač zapneme do polohy 1. Od tohto okamihu sa kondenzátor začína nabíjať, narastá na ňom napätie a odporom tečie elektrický prúd. Po istom čase t je na kondenzátore náboj Q(t) a odporom tečie prúd I(t).V tomto čase je na kondenzátore napätie $U_c(t) = \frac{Q(t)}{C}$ a na odpore napäťový spád $U_R(t) = R \cdot I(t)$. Aj v takomto obvode sa súčet všetkých napätí musí rovnať nule, teda musí platiť $U_R + U_C = RI + \frac{Q}{C} = \varepsilon$. Keďže prúd v obvode sa podľa definície rovná časovému prírastku náboja Q na kondenzátore, tj. I = dQ/dt, možno v poslednej rovnici urobiť príslušnú substitúciu, čím rovnica prejde na tvar $R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon \;\Rightarrow\; Q(t) = \varepsilon C\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}}\right)$. Na kondenzátore je ale zaujímavejšie napätie U_c , ktoré je úmerné náboju a má vyjadrenie $U_C = \frac{Q(t)}{C} = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}}\right)$

Prúd cez rezistor R je daný vzťahom $I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{1}{RC}}$ a napätie $U_R(t) = RI(t) = \varepsilon\, e^{-\frac{1}{RC}}$.

Dôležitým parametrom obvodu je súčin RC – veličina, ktorá vystupuje v menovateli exponentu e funkcie. Táto veličina sa nazýva časová konštanta obvodu $\tau = RC$. Táto konštanta určuje charakter časového priebehu elektrických veličín v obvode. Obvody s veľkými hodnotami R a C, teda s veľkými časovými konštantami sú „pomalé“, priebehy náboja, napätia a prúdu sú časovo pozvoľné a naopak, pre obvody s malými časovými konštantami sú priebehy veľmi prudké.





3. <u>Magnetické pole</u>

- **Zdroje magnetického poľa. Definícia magnetickej indukcie $\vec{B}$. Jednotka $\vec{B}$. Permeabilita vákua μ_0 : veľkosť (rádová), jednotka.**

Zdroje magnetického poľa: Zem, vodiče pod prúdom, všetky magnetické efekty sú dôsledkom usmerneného pohybu elektrických nábojov

Magnetická indukcia $\vec{B}$ je vektorové pole v priestore, má silový charakter, určuje silu na iný náboj. Vyjadruje sa vzťahom $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$ $[kg\cdot s^{-2}\cdot A^{-1}]$

Permeabilita vákua: $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\,H/m$, jednotka: $[H/m]=[A^{-2}\cdot kg\cdot m\cdot s^{-2}]$

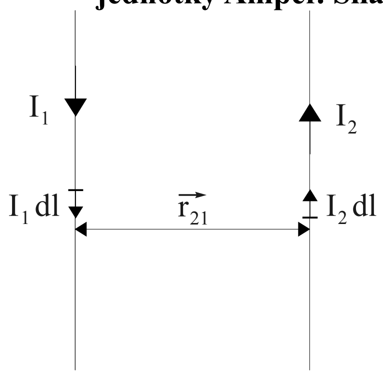
- **Lorentzova sila pôsobiaca na elektrický náboj v magnetickom poli: definícia, smer.**

Lorentzova sila je definovaná vzťahom $\vec{F}_L=\vec{F}_{el}+\vec{F}_{mag}=q\,\vec{E}+q\,\vec{v}\times\vec{B}$.
Je to jediná sila, ktorá pôsobí na náboje v elektromagnetickom poli. Táto sila je kolmá na $\vec{v}$ a $\vec{B}$. Nemení potenciálnu energiu častice.

- **Biot-Savartov zákon pre magnetickú indukciu $\vec{B}$ v okolí vodiča s prúdom.**

Zákon, podľa ktorého elektrický prúd I tečúci krátkym úsekom prúdovodiča dĺžky $d\,\vec{l}$ vytvára vo vzdialenosti r $(r\gg d\,\vec{l})$ magnetickú indukciu o veľkosti $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_l \frac{d\,\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$.

- **Sila medzi dvoma priamymi vodičmi, ktorými pretekajú prúdy I_1 a I_2 . Definícia jednotky Ampér. Sila na vodič s prúdom v magnetickom poli.**

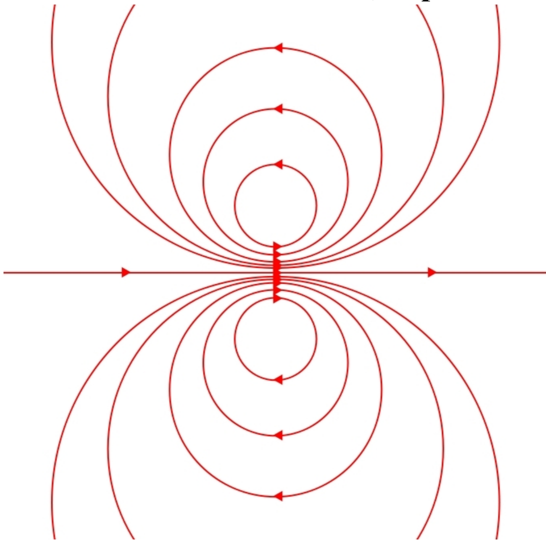


Pre prípad keď $I_1=I_2=I$ uloženými vo vzdialenosti a.

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \rightarrow \Delta F=I\,\Delta l B=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\Delta l$$

Táto sila má odpudivý alebo príťažlivý charakter, v závislosti od smeru prúdu.
Jeden ampér (1A) je elektrický prúd, ktorý pri stálom prietoku dvoma paralelnými priamymi nekonečne dlhými vodičmi zanedbateľného kruhového prierezu, umiestnenými vo vákuu vo vzdialenosti 1m, vyvolá medzi vodičmi silu $2\cdot 10^{-7}N$ na jeden meter dĺžky.

- **Magnetický moment (dipól). Príklady dipólu. Magnetické pole v okolí magnetického momentu: nakresliť, napísať vzorec.**



Magnetický dipólový moment je vektorová veličina charakterizujúca zdroje magnetického poľa. Magnetický moment je základná veličina vektorovej povahy charakterizujúca magnetické vlastnosti elementárnych častíc, atómov, zmagnetizovaných telies, ale aj uzavretých vodičov (cievok) s elektrickými prúdmi; veľkosť magnetického momentu sa rovná podielu maximálneho momentu sily pôsobiaceho v magnetickom poli na objekt s magnetickým momentom a magnetickej indukcie tohto poľa.

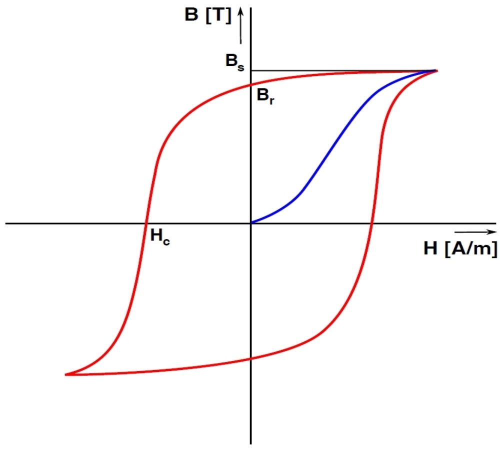
$$\overrightarrow{m_m} = I \cdot \vec{S} \; [A \cdot m^2]$$

Z toho moment síl $\overrightarrow{M_F} = \overrightarrow{m_m} \times \vec{B}$

- **Sila a moment sily pôsobiace na magnetický dipól v magnetickom poli. Princíp kompasu. Energia magnetického dipólu v magnetickom poli.**

Potenciálna energia magnetického dipólu v magnetickom poli je vyjadrená ako $W = -m \cdot B$.
Moment sily je $\overrightarrow{M_F} = \overrightarrow{m_m} \times \vec{B}$.
Klasický **kompas** ukazuje smer pomocou zmagnetizovanej ihly (magnetka, strelka), vyvážene otočne podopretej v ťažisku, ktorá sa voľne otáča dokola. Strelka sa otočí rovnobežne s magnetickými siločiarami zemského magnetického poľa, pričom jej magnetické póly sú voči zemským orientované opačne.
Energia magnetického dipólu je $U = \mu B$.

- **Magnetický odozva materiálneho prostredia: magnetická permeabilita μ_r . Intenzita magnetického poľa $\vec{H}$. Vzťah medzi $\vec{H}$ a $\vec{B}$. Jednotky $\vec{H}$ a $\vec{B}$. Paramagnetické a diamagnetické látky. Feromagnetizmus.**

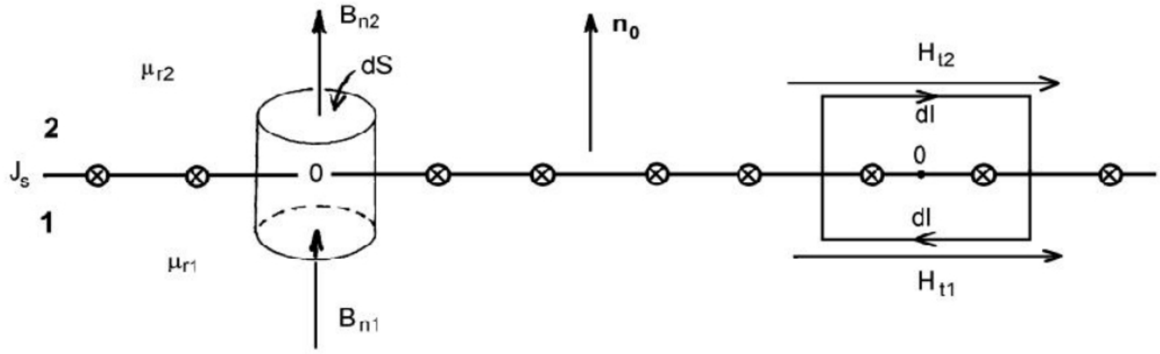


$\vec{B} = \mu \vec{H}$, kde $\mu = \mu_0 \mu_r$ a μ_r je relatívna permeabilita a platí $\mu_r = 1 + \kappa$
Súčinitele μ_r, μ a κ určujú magnetické vlastnosti látok, potom:

a) diamagnetické $\kappa > 0, \mu_r < 1$ - pre väčšinu týchto látok je μ_r blízke jednotke a v širokom rozsahu magnetických indukcií je to konštanta
b) paramagnetické $\kappa > 1, \mu_r > 1$ - μ_r je blízke jednotke, závisí od teploty
c) feromagnetické $\kappa \gg 0, \mu_r \gg 1$ - ich momentálny stav závisí od predchádzajúceho - hysterézia

- **Odvoďte hraničné podmienky pre $\vec{H}$ a $\vec{B}$ na rozhraní dvoch materiálov s rôznou relatívnou premeabilitou.**

Predpokladajme, že magnetické pole existuje v priestore, v ktorom dve látky s rôznymi magnetickými vlastnosťami tvoria rozhranie. Relatívne permeability látok sú μ_{r1} a μ_{r2} , rozhraním pre všeobecnosť tečie voľný plošný prúd J_S kolmo za nákresu, $\vec{n_0}$ je jednotkový vektor normály k rozhraniu. Označme vektory magnetickej indukcie bezprostredne na rozhraní zhora a zdola v bode 0 symbolmi $\vec{B}_1$ a $\vec{B}_2$, vektory intenzity magnetického poľa $\vec{H}_1$ a $\vec{H}_2$. Pre vektory poľa na rozhraní nevieme zadať nijaké podmienky, môžeme to však urobiť pre ich zložky. Rozložme preto vektory magnetickej indukcie na normálové zložky B_{n1} a B_{n2} a ich tangenciálne zložky B_{t1} a B_{t2}. Okolo bodu 0 možno zvoliť nekonečne nízky valec s osou kolmo na rozhranie a s podstavou dS. Zo všeobecnej platnosti rovnice $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ plynie, že tok plochou valčeka sa rovná nule, čo pre normálové zložky znamená, že $B_{n2} \cdot dS - B_{n1} \cdot dS = 0$ alebo $B_{n2} - B_{n1} = 0$.



Normálová zložka vektora $\vec{B}$ je teda na rozhraní spojitá, bez ohľadu na to, či rozhraním tečie prúd alebo nie. Podobne rozložíme na rozhraní vektor $\vec{H}$ na normálovú a tangenciálnu zložku.

V dôsledku všeobecnej platnosti rovnice $\oint_l H \cdot dl = 0$ na nekonečne malom obdĺžniku so stranami dl pozdĺž rozhrania platí $H_{t1} \cdot dl - H_{t2} \cdot dl = J_S \cdot dl$. Rozdiel tangenciálnych zložiek intenzity magnetického poľa sa rovná plošnej hustote prúdu na rozhraní, ktorý je na zložky poľa kolmý. Ak prúd rozhraním netečie, sú tangenciálne zložky na rozhraní spojité, t.j. ak $J_S = 0$, potom $H_{t1} - H_{t2} = 0$. V predchádzajúcich dvoch vzťahoch sú hľadané hraničné podmienky ktoré možno uviesť vo všeobecnom vektorovom tvare $\vec{n}_0 \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$ a $\vec{n}_0 \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = J_S$.
Uvedené hraničné podmienky platia ako pre statické, tak aj pre časovo premenné magnetické polia a vo všeobecnosti sa považujú za súčasť sústavy Maxwellových rovníc.

4. <u>Elektromagnetická indukcia</u>

- **Definícia magnetického toku. Tok magnetického poľa cez uzavretú prúdovú slučku. Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie.**

Magnetický tok je definovaný ako integrál vektora magnetickej indukcie $\vec{B}$ cez ohraničenú plochu, udáva sa vo weberoch.

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad [\mathrm{Wb}]$$

Indukované elektromotorické napätie v uzavretom vodiči vzniká vtedy, keď sa mení magnetický tok Φ cez plochu ohraničenú vodičom. Zmenu magnetického toku plochou možno dosiahnuť niekoľkými spôsobmi:

a) Približovaním permanentného magnetu k cievke, alebo vzďaľovaním od nej
b) Zmenou veľkosti elektrického prúdu v susednej cievke (dve cievky vedľa seba, v jednej meníme veľkosť prúdu)
c) Zmenou magnetickej väzby medzi cievkami, posúvaním feromagnetického jadra medzi cievkami

Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie
Elektromotorické napätie (vo voltoch) indukované vo všetkých týchto prípadoch sa rovná

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

- **Indukčné účinky premenného magnetického poľa. Elektromotorické napätie.**

Keď sa začne meniť magnetický tok cez plochu ohraničenú uzavretým vodičom, indukuje sa

v ňom **elektromotorické napätie** U_i, a začne ním tiecť indukovaný elektrický prúd. Tečie takým smerom, že magnetické pole ním generované sa snaží zachovať pôvodné magnetické pole. Tzn. indukovaný elektrický prúd svojimi magnetickými účinkami pôsobí proti zmenám, ktoré ho vyvolali – **Lenzov zákon**.
Elektrická napätie sa indukuje aj vo vodiči, ktorý nie je uzavretý, ale pohybuje sa magnetickom poli. Ak sa vodič pohybuje v magnetickom poli s indukciu B, a vodič sa pohybuje rýchlosťou v, potom na nosiče elektrického náboja ktoré sa v ňom nachádzajú a majú náboj Q, pôsobí sila: $\vec{F} = Q \cdot v \times \vec{B}$

Po úprave dostávame rovnicu pre intenzitu indukovaného elektrického poľa E_i: $\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{Q} = \vec{v} \times \vec{B}$

Integráciu pozdĺž vodiča dostaneme rozdiel elektrických potenciálov U_i medzi začiatočným bodom A a koncovým bodom B integrácie: $U_i = \int_A^B \vec{E}_i \cdot d\,\vec{r}$

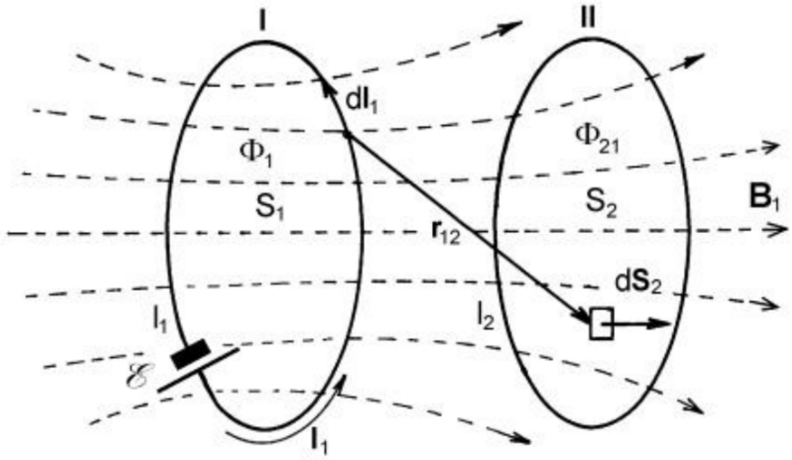
- **Vzájomná indukčnosť M_{12} dvoch obvodov. Definícia, jednotka. Princíp symetrie.**

Ak je magnetický tok budený prúdom tečúcim cez iný vodič, ide o **vzájomnú indukčnosť**, pričom sa používa označenie M.

$$M = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{\Phi_{12}}{I_2} \quad [H]$$

Jednotka indukčnosti je henry $[H] = [A^{-2} \cdot kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}]$

Na obrázku sú znázornené dva obvody I a II, ktoré sú vo vzájomnej magnetickej väzbe. V obvode I pôsobí zdroj EMN , ktorý vytvára prúd I_1 a následne indukčný tok Φ_1. Časť Φ_{21} tohto toku preniká druhým obvodom II. Na ploche S druhého obvodu je magnetická indukcia B_1 daná integráciou podľa Biotovho-Savartovho-Laplaceovho zákona. Indukčný tok Φ_{21}, ktorý preniká plochou S obvodu II je potom $\Phi_{21} = \int_{S_2} B_1 \cdot dS_2$. Rovnakú úvahu



možno urobiť, ak napäťový zdroj preložíme z obvodu I do obvodu II. Prúd I_2 v obvode II vyvolá podobný indukčný tok Φ_{12} v obvode I: $\Phi_{12} = \int_{S_2} B_2 \cdot dS_1$.

Indukčný tok Φ_{21} druhým obvodom je priamo úmerný prúdu I_1 v prvom obvode a podobne tok Φ_{12} prvým obvodom je úmerný prúdu I_2 v druhom obvode.

- **Vlastná indukčnosť L: Definícia, jednotka. Vlastná indukčnosť cievky s N závitmi.**

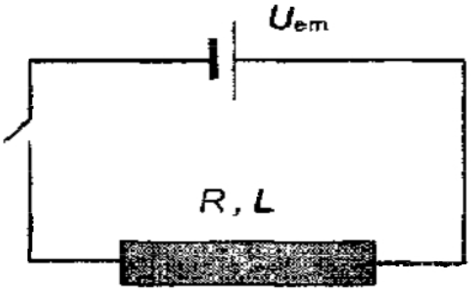
Magnetický tok Φ cez plochu ohraničenú závitom môže byť vyvolaný permanentným magnetom nachádzajúcim sa v blízkosti závitu, ale aj elektrickým prúdom prechádzajúcim buď samotným závitom, alebo vodičom nachádzajúcim sa v jeho blízkosti. Ak je magnetický tok Φ závitom budený elektrickým prúdom I, zapisujeme tento vzťah jednoduchým vzorcom $\Phi = L \cdot I$.
Ak je magnetický tok budený prúdom tečúcim cez ten istý uzavretý vodič (závit), potom L je **vlastná indukčnosť**, ak prúdom tečúcim cez iný vodič, ide o vzájomnú indukčnosť, pričom sa používa označenie M.

Vlastná indukčnosť cievky s N závitmi: $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{B \cdot S}{I} = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \pi \cdot r^2 \cdot N}{I} = \mu_0 \cdot n^2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l \;\; [H]$, pre

$n=\frac{N}{l}$. Z toho vyplýva, že $U_i=-\frac{d\Phi}{dt}=-L\frac{dI}{dt}$

Podľa tohto vzorca sa v cievke s vlastnou indukčnosťou L indukuje elektrické napätie, ak sa mení prúd cez ňu tečúci.
Jednotkou vlastnej i vzájomnej indukčnosti je henry ($[H]=[A^{-2}\cdot kg\cdot m^2\cdot s^{-2}]$). Vlastnú indukčnosť veľkosti 1 H má cievka, v ktorej sa pri zmene elektrického prúdu o 1 A za 1 s, indukuje elektrické napätie 1 V.

- **Energetické zmeny v obvodoch s indukčnosťou a odporom. Energia magnetického poľa.**



Máme jednoduchý elektrický obvod pozostávajúci zo zdroja jednosmerného prúdu s elektromotorickým napätím U_{em} a cievky, ktorej vinutie má elektrický odpor R a vlastnú indukčnosť L.
V obvode pôsobia dva zdroje elektromotorického napätia – jednosmerný zdroj s napätím U_{em} a cievka, v ktorej sa pri zmene prúdu indukuje napätie $U_i=-L\frac{dI}{dt}$. Z toho vyplýva, že $U_{em}-L\frac{dI}{dt}=R\cdot I$

Po úpravách dostaneme: $E_m=\frac{1}{2}L\cdot I^2$

Tento vzťah predstavuje **energiu magnetického poľa**, ktoré sa vytvorilo v cievke, resp. v okolí vodiča s indukčnosťou L, ktorým preteká prúd I.

5. <u>**Maxwellove rovnice a rovnica vlnenia**</u>

- **Napíšte Maxwellove rovnice**

V elektromagnetizme sa definujú štyri vektory elektromagnetického poľa. Sú to:
$\vec{E}$ – vektor intenzity elektrického poľa, jednotka: $[V\cdot m^{-1}]$
$\vec{B}$ – vektor magnetickej indukcie, jednotka [T]
$\vec{D}$ – vektor elektrickej indukcie, jednotka $[A\cdot s\cdot m^{-2}]$
$\vec{H}$ – vektor intenzity magnetického poľa, jednotka $[A\cdot m^{-1}]$
Tieto štyri vektory spolu s objemovou hustotou náboja $\rho[A\cdot s\cdot m^{-3}]$ a prúdovou hustotou $\vec{J}[A\cdot m^{-2}]$ sú zviazané štyrmi Maxwellovými rovnicami, ktoré predstavujú štyri základné zákony elektromagnetizmu. Na týchto zákonoch stojí celá stavba klasickej elektrodynamiky. Sú to nasledovné – v integrálnom a diferenciálnom tvare napísané – zákony:

$$\operatorname{div}\vec{D}=\rho_v \qquad \oiint \vec{D}\cdot d\vec{S}=Q_v$$
$$\operatorname{div}\vec{B}=0 \qquad \oiint \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$
$$\operatorname{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \oint \vec{E}\cdot d\vec{r}=-\frac{d\Phi}{dt}$$
$$\operatorname{rot}\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad \oint \vec{H}\cdot d\vec{r}=\sum_k I_k$$

Používanie všetkých štyroch vektorov nie je vo vákuu opodstatnené, pretože vektor elektrickej indukcie $\vec{D}$ súvisí len s voľnými elektrickými nábojmi a vektor intenzity magnetického poľa $\vec{H}$ len s makroskopickými prúdmi. Silové pôsobenie na elektrické náboje je určené len vektorom intenzity elektrického poľa $\vec{E}$ a na pohybujúce sa náboje pôsobí sila, ktorú vyjadrujeme pomocou vektora magnetickej indukcie $\vec{B}$ Preto na opis elektromagnetických javov nám postačujú len dva vektory: $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$ a $\vec{B}=\mu_0\vec{H}$.

Maxwellova rovnica	Úprava	Rovnica vo vákuu
$\mathrm{div}\,\vec{D}=\rho_v$	$\mathrm{div}(\varepsilon_0\vec{E})=0$	$\mathrm{div}\,\vec{E}=0$
$\mathrm{div}\,\vec{B}=0$	nemení sa	$\mathrm{div}\,\vec{B}=0$
$\mathrm{rot}\,\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	nemení sa	$\mathrm{rot}\,\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\mathrm{rot}\,\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\mathrm{rot}(\mu_0\vec{H})=\mu_0\frac{\partial(\varepsilon_0\vec{E})}{\partial t}$	$\mathrm{rot}\,\vec{B}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

- **Napíšte rovnicu vlnenia a jej všeobecné riešenie. Vyjadrite rýchlosť svetla c pomocou elektrickej permitivity a magnetickej permeability vákua.**

Parciálna diferenciálna rovnica pre vektor $\vec{E}$:

$$\left(\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2}\right)=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

Všeobecné riešenie vlnovej rovnice: $\vec{E}(x,t)=\vec{E}_0\cdot\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)$

Parciálna diferenciálna rovnica opisujúca vlnenie – vlnová rovnica:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

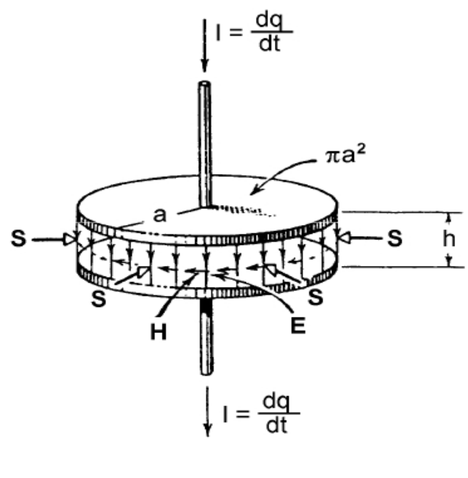
v ktorej u(x,y,z,t) je funkcia troch priestorových súradníc a času, predstavujúca výchylku vlnenia a v je fázová rýchlosť vlnenia. Porovnaním členov na pravej strane dostaneme informáciu o rýchlosti šírenia týchto vĺn.

$$\frac{1}{v^2}=\varepsilon_0\mu_0 \;\rightarrow\; v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

Po dosadení známych hodnôt $\varepsilon_0=8{,}854187818\cdot10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$ a $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\,\mathrm{H/m}$ dostaneme $v=2{,}998\cdot10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}=c$.

- **Poyntingov vektor: definícia, jednotka. Hustota energie elektromagnetického poľa. Zákon zachovania energie.**

Poyntiongov vektor, je vektor, ktorého veľkosť predstavuje hustotu toku energie, ktorú prenáša elektromagnetická vlna (koľko energie prenesie vlna cez jednotkovú plochu za jednotku času). Vyjadruje sa vzorcom $\vec{P}_s=\vec{E}\times\vec{H}\,[\mathrm{W\cdot m^{-2}}]$. Niekedy sa nazýva aj intenzita elektromagnetického vlenia.



Hustota energie elektromagnetického poľa

$$\mathrm{div}(\vec{E}\times\vec{H})=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon\vec{E}^2}{2}+\frac{\mu\vec{H}^2}{2}\right)-\vec{J}\cdot\vec{E}$$, z toho dostaneme

hustotu energie $w_{elmag}=\frac{\varepsilon\vec{E}^2}{2}+\frac{\mu\vec{H}^2}{2}$.

Zákon zachovania energie v integrálnom tvare

$$-\frac{d}{dt}(W_p+W_m)=-\frac{dW}{dt}=\oint_S\vec{P}_s\cdot d\vec{S}$$, kde $W_p=\int_V w\cdot dV$

- **Vzájomná orientácia $\vec{E},\vec{H},\vec{k}$ a Poyntingovho vektora $\vec{P}_s$ v elektromagnetickej vlne. Vzťah medzi intenzitami $E=|\vec{E}|$ a $H=|\vec{H}|$ pre elektromagnetickú vlnu vo vákuu. Polarizácia.**

$\vec{k}$ - je vlnový vektor, definuje smer šírenia vlny

Disperzný vzťah	Vo vákuu	V prostredí
$k^2=\varepsilon\cdot\mu\cdot\omega^2$	$k=\frac{\omega}{c}$	$k=\frac{n\cdot\omega}{c}$

Platí $\vec{E}\perp\vec{H}\perp\vec{k}$, potom $\vec{P}_s=\vec{E}\times\vec{H}\ \Rightarrow\ \vec{k}\|\vec{P}_s$.

Vo vákuu platí $H=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E$, v prostredí platí $H=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E$. Následne po dosadení dostávame

$P_s=E\cdot H=E\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2$.

Pre polarizáciu $\vec{E},\vec{H},\vec{k}$ platia tieto vzťahy: $\vec{k}\times\vec{E}=\mu\cdot\omega\cdot\vec{H}$ a $\vec{k}\times\vec{H}=-\varepsilon\cdot\mu\cdot\vec{E}$.
Polarizácia elektromagnetickej vlny: zachovávanie roviny oscilácii vektora $\vec{E}$ v danom mieste jej porovnávania. Ak sa poloha roviny oscilácii s časom nemení, ide o lineárne polarizovanú vlnu.

6. <u>Šírenie elektromagnetických vĺn</u>

- **Základné charakteristiky rovinnej vlny: Vlnová dĺžka a frekvencia elektromagnetickej vlny. Fázová a grupová rýchlosť elektromagnetickej vlny. Princíp superpozície.**

Pod **rovinnou elektromagnetickou vlnou** budeme rozumieť vlnové pole, v ktorom vektory intenzít poľa závisia iba od jednej súradnice a času. Budeme tiež predpokladať, že prostredie je homogénne, izotropné a neohraničené a pre jednoduchosť budeme tiež predpokladať, že je aj bezstratové.

$\vec{E}(\vec{r},t)=E_x(z,t)\vec{i}+E_y(z,t)\vec{j}+E_z(z,t)\vec{k}=\vec{E}_T(z,t)+E_z(z,t)\vec{k}$

$\vec{H}(\vec{r},t)=H_x(z,t)\vec{i}+H_y(z,t)\vec{j}+H_z(z,t)\vec{k}=\vec{H}_T(z,t)+H_z(z,t)\vec{k}$

kde $\begin{matrix}\vec{E}_T(z,t)=E_x(z,t)\vec{i}+E_y(z,t)\vec{j}\\ \vec{H}_T(z,t)=H_x(z,t)\vec{i}+H_y(z,t)\vec{j}\end{matrix}$ sú vektorové zložky elektrického a magnetického poľa priečne na smer súradnice z.

Vlnová dĺžka a frekvencia

Dĺžka jednej periódy je vlnovou dĺžkou $\lambda = \Delta z$, z čoho:

$$\lambda=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi v_f}{\omega}=\frac{v_f}{f}$$

Fázová rýchlosť je daná vzťahom $v_f=\frac{dz}{dt}=\pm\frac{\omega}{\beta}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$. Vo vákuu, kde $\varepsilon = \varepsilon_0$ a $\mu = \mu_0$ je fázová rýchlosť $v_{f0}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=\pm c$. V látkovom neohraničenom prostredí pre vlnu postupujúcu v kladnom smere osi z platí, že $v_f=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}<c$

DOPLNIŤ GRUPOVÚ R. A SUPERPOZÍCIU

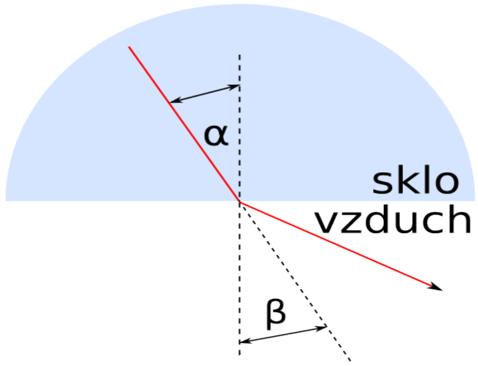
- **Frekvenčný rozsah viditeľného svetla, jeho vlnová dĺžka. Porovnajte vlnovú dĺžku viditeľného svetla so vzdialenosťou susedných atómov v kryštalickej mriežke.**

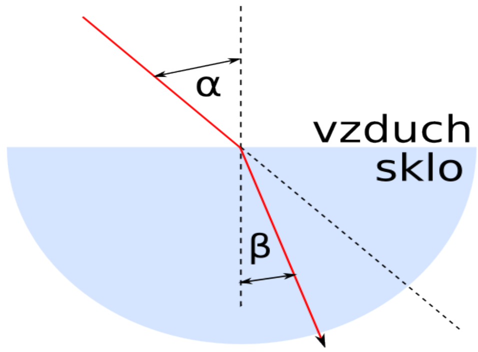
Frekvenčný rozsah pre viditeľné svetlo je $4-7{,}5\cdot10^{14}\,\mathrm{Hz}$.
Vlnové dĺžky: 780 – 380 nm
Vzdialenosť susedných atómov v kryštalickej mriežke je rádovo 10^{-10} m až 5.10^{-10} m, vlnová dĺžka viditeľného svetla je cca $5{,}55.10^{-7}$ m, takže svetlo neprenikne cez kryštalickú mriežku.

- **Index lomu: definícia. Rýchlosť svetla v materiálovom prostredí. Snellov zákon pre prechod elektromagnetickej vlny cez rozhranie medzi dvoma dielektrikami s indexom lomu n_1 a n_2. Úplný odraz elektromagnetickej vlny od rozhrania. Kedy nastáva? Zo Snellovho zákona odvoďte vzťah pre kritický uhol dopadu.**

Index lomu (n) je veličina charakterizujúca optické prostredie, definovaná vzťahom $n = \frac{c_0}{c}$,
kde c_0 je rýchlosť svetla vo vákuu a c rýchlosť svetla určitej frekvencie v danom optickom prostredí. Index lomu je bezrozmerná veličina. Podiel indexov lomov dvoch prostredí oddelených rozhraním je sa nazýva relatívny index lomu $n_{12} = \frac{n_2}{n_1}$. **Rýchlosť svetla v prostredí** s ε_r, μ_r je

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} .$$

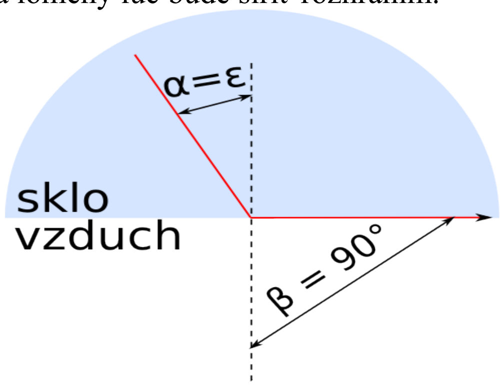


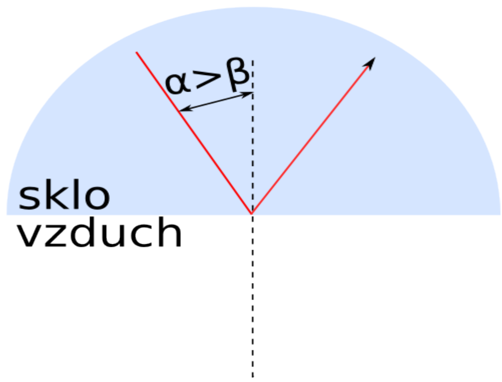


Uhol odrazu β sa rovná uhlu dopadu α.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Táto rovnica vyjadruje **Snellov zákon** lomu. Ak je rýchlosť vlnenia v prostredí 2 menšia ako v prostredí 1 hovoríme, že nastáva lom ku kolmici, ak je rýchlosť v prostredí, do ktorého sa vlnenie láme väčšia hovoríme, že nastáva lom od kolmice. Veľmi zaujímavá situácia nastane, ak svetlo prechádza z prostredia opticky hustejšieho (sklo, voda) do prostredia opticky redšieho (vzduch, vákuum). Zväčšujme uhol dopadu α a sledujme uhol lomu β. Keďže nastáva lom od kolmice, platí β > α. Je zrejmé, že pri určitom uhle dopadu α = ε bude uhol β = 90° a vtedy sa lomený lúč bude šíriť rozhraním.



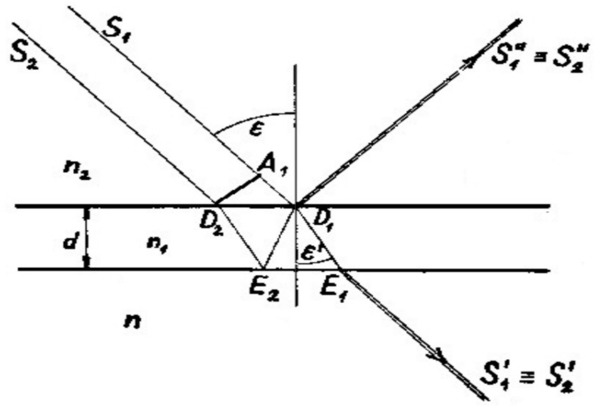


$$\frac{\sin\alpha}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ak uhol dopadu bude väčší ako uhol ε, pri ktorom bol uhol lomu 90°, žiadne svetlo sa nedostane do druhého prostredia a všetko sa bude odrážať. Nastal **úplný odraz**. Uhol α = ε sa nazýva **medzný (kritický) uhol** a je charakteristický pre dané prostredie.

- **Interferencia elektromagnetickej vlny na tenkej dielektrickej vrstve: podmienka pre maximum odrazu a maximu prechodu elektromagnetickej vlny.**

Interferencia (interferenčný jav, interferencia vlnenia) je skladanie (superpozícia) niekoľkých koherentných vlnení rovnakého druhu do jedného výsledného vlnenia.



Zosilnenie odrážajúceho sa svetla

$$2d + \frac{\lambda}{2} = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, k \in N$$
$$2d = (2k - 1)\frac{\lambda}{2}, k \in N$$

Odrazené svetlo		Prechádzajúce svetlo	
Zosilnenie	Zoslabenie	Zosilnenie	Zoslabenie
$2d = (2k-1)\frac{\lambda}{2}, k \in N$	$2d = (k-1)\lambda, k \in N$	$2d = (k-1)\lambda, k \in N$	$2d = (2k-1)\frac{\lambda}{2}, k \in N$

7. **<u>Kvantový charakter elektromagnetického žiarenia</u>**
- **Absolútne čierne teleso. Spektrum žiarenia absolútne čierneho telesa. Porovnajte klasickú a kvantovú predstavu. Vysvetlite podstatu kvantovej teórie. Planckova konštanta h: veľkosť, jednotka.**

Absolútne čierne teleso – ideálne teleso, ktoré pohlcuje všetko dopadajúce elektromagnetické žiarenie (všetky vlnové dĺžky), tiež má aj maximálne možnú schopnosť ich vyžarovať
Spektrum vyžarovania – čím viac energie pri istej vlnovej dĺžke teleso pohlcuje, tým viac na tejto vlnovej dĺžke aj vyžaruje
Spektrum vyžarovania absolútne čierneho telesa – elektromagnetické žiarenie emitované absolútne čiernym telesom, jeho spektrálne zloženie (spektrálna intenzita vyžarovania) je opísané Planckovým zákonom žiarenia, spĺňa Stefanov-Boltzmanov zákon a Wienov zákon
- ○ *Planckov zákon žiarenia* – vyjadrenie spektrálnej intenzity vyžarovania čierneho telesa ako funkcie jeho termodynamickej teploty a frekvencie emitovaného žiarenia
- ○ *Stefanov-Boltzmanov zákon* – zákon, podľa ktorého intenzita vyžarovania absolútne čierneho telesa rastie so štvrtou mocninou termodynamickej teploty
- ○ *Wienov zákon* – zákon, podľa ktorého sa maximum krivky spektrálnej intenzity vyžarovania s rastúcou teplotou posúva k menším vlnovým dĺžkam

Podstata kvantovej teórie - kvantovú fyziku charakterizuje univerzálna Planckova konštanta h a opis stavov v hmotných systémoch celými čislami.
Kvantová fyzika začala objavením povahy elektromagnetického žiarenia, akým je teplo a svetlo. Hoci sa toto žiarenie šíri priestorom v podobe vĺn, môže sa správať, akoby pozostávalo z častíc. Najmä vyžarovanie a pohlcovanie svetla sa odohráva v podobe balíčkov (čiže kvánt) energie, nazývaných *fotóny*. Ukázalo sa, že táto zvláštna kombinácia časticových a vlnových aspektov, ktorá sa niekedy nazýva časticovo-vlnovým dualizmom, platí pre všetky fyzikálne objekty v atomárnom a subatomárnom meradle.
Klasická a kvantová predstava
Klasická – predstava o spojitých (ľubovolne malých) zmenách nielen elektromag. poľa, ale aj iných fyzikálnych veličín
Kvantová – zmena energie elektromag. poľa nemôže byť ľubovolne malá, môže sa diať iba po konečných, elementárnych množstvách, vyjadrených súčinom frekvencie elektromag. vlny a konštanty h (Planckova konštanta)
Planckova konštanta $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s [kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}]$

- **Fotón ako kvantová častica: jeho frekvencia, energia, hybnosť.**

Fotón je minimálne energetické *kvantum* elektromagnetického žiarenia. Fotónu s frekvenciou f sa pripisuje energia $E = h f$ vyplývajúca zo vzťahu
$$E = m_f \cdot c^2 \qquad \text{kde} \quad m_f = \frac{h f}{c^2}$$
Fotón pri pohybe priestorom prenáša nie iba energiu, ale aj hybnosť

$$p = m_f c = \frac{m_f c^2}{c} = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad c = f \cdot \lambda \qquad E = pc$$

- **Fotoelektrický jav a Comptonov jav ako prejav časticovej povahy elektromagnetického žiarenia.**

Fotoelektrický jav - ide o uvoľňovanie elektrónov z povrchu kovu, keď na kov dopadá svetlo, alebo ultrafialové žiarenie. Zo zistených skutočností, ktoré sú pre fotoelektrický jav typické vyplýva časticová povaha elektromag. žiarenia => svetelná energia sa nerozdeľuje na atómy rovnomerne, vo veľmi malých množstvách, ale absorbuje sa len niektorými atómami a to v množstvách (kvantách), ktoré postačujú na uvoľnenie elektrónu z atómu.

Comptonov jav je fyzikálny dej, pri ktorom sa po zrážke elektromagnetického žiarenia s atómom pevnej látky mení vlnová dĺžka žiarenia v dôsledku predania časti svojej energie atómom alebo ich elektrónom. Experimentálny dôkaz slúžil ako jeden zo základných argumentov pre vlnovo-korpuskulárny charakter svetla a elektromagnetického žiarenia celkovo.

Žiarenie s vysokou energiou (rádovo niekoľko keV) pri prechode prostredím tvoreným ľahkými atómami (tj. s nižšími protónovými číslami) podlieha typu absorpcie, nazývaného **Comtonov jav** (Comptonov rozptyl, kvantový rozptyl). Pri tomto type absorpcie narazí fotón žiarenia gama alebo rontgenového žiarenia na elektrón, ktorý uvoľní z jeho dráhy. Fotón pritom stratí iba určitú časť svojej energie, zmení smer pohybu a pokračuje ďalej ako rozptýlené žiarenie s väčšou vlnovou dĺžkou. Čím viac energie získal elektrón od fotónu, tým menej je odchýlený od pôvodného smeru pohybu fotónu. Fotón v tomto prípade zmení svoj smer o väčší uhol. Pri predávaní menšej časti energie je tomu naopak: odchýlenie dráhy elektrónu (po zrážke s fotónom) od pôvodného smeru fotónu je väčší, odchýlenie fotónu je menšie. Pri Comptonovom jave sa teda počet fotónov nemení, fotóny sa iba rozptyľujú z pôvodného smeru, strácajú časť svojej energie a zväčšujú svoju vlnovú dĺžku. Comptonov jav preukázal, že fotón má nielen energiu, ale tiež hybnosť, tzn. preukázal časticovú povahu elektromagnetického žiarenia.

8. <u>Vlnový charakter kvantových častíc</u>

- **Difrakcia kvantových častí (elektrónov). Kvantový charakter elektrónu. Broglieho vlna. Vlnová dĺžka elektrónu.**

Difrakcia kvantových častíc (elektrónov) je pojem označujúci vlastnosť elektrónov, že pri prechode tenkými vrstvami kovov u nich dochádza k interferencii. To sa považuje za dôkaz existencie vlnového charakteru elektrónov.

Kvantový charakter elektrónu - rovnako ako u všetkých častíc, aj elektróny môžu pôsobiť ako vlny. To sa nazýva vlnovo-časticový dualizmus. Vlnový charakter elektrónu mu umožňuje prejsť dve paralelné štrbinami súčasne, a nie len jednu štrbinu, ako by tomu bolo pri klasických časticiach. V kvantovej mechanike možno vlnovú podstatu jednej častice opísať matematicky ako komplexnú funkciu vlnovej funkcie, bežne označovanú gréckym písmenom psi (ψ). Keď je absolútna hodnota tejto funkcie umocnená na druhú, dáva nám pravdepodobnosť, že častica sa bude nachádzať v danom mieste, hustota pravdepodobnosti.

de Broglieho vlna je funkcia opisujúca časticu (s hmotnosťou m, rýchlosťou v, ktorej priraďujeme vlnovú dĺžku a frekvenciu) ako vlnu

$$\Phi(x,t) = \Phi_0 e^{\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - px)\right]} \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Vlnová dĺžka elektrónu je na úrovni medziatómových vzdialeností v tuhých látkach, a preto ju možno experimentálne overiť napr. difrakciou zväzku elektrónov na kryštáloch. Takáto vlnová dĺžka súvisí predovšetkým s malou hmotnosťou elektrónu, ktorá vystupuje v de Broglieho vzťahu

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

- **Jednoduché kvantovomechanické problémy: Kvantová častica v pravouhlej potenciálovej jame (analógia so strunou). Kvantovanie energetických hladín. Kvantový model atómu. Tunelovanie častice cez potenciálov bariéru.**

Kvantová častica v pravouhlej potenciálnej jame (analógia so strunou) – ide o časticu uväznenú v potenciálnej jame, t.j. keď častica má menšiu energiu ako je potrebná na únik z jamy (možno to považovať za zjednodušený model elektrónu v atóme, elektrónu viazaného na oblasť v okolí jadra). Uvažujeme jednorozmernú potenciálnu jamu, kde sa častica môže pohybovať iba pozdĺž osi x. Na rozdiel od pohybu klasickej guličky budú na úsečke miesta, kde bude výskyt častice najpravdepodobnejší, kde sa bude „zdržovať najviac". Tieto miesta zodpovedajú polohe kmitní chvejúcej sa struny. Naproti tomu v miestach, ktorá zodpovedajú uzlom bude pravdepodobnosť výskytu častice nulová.

Dôležité je, že uvedený obrázok rozloženia pravdepodobnosti výskytu častice sa v čase nemení, tj. je stacionárny (analogicky ako rozloženie kmitní a uzlov na strune). Naviac v tomto stave častica nestráca energiu - zostáva na svojej energetickej hladine. V makrosvete, ako vieme, je každý pohyb vždy postupne utlmený trením a odporom prostredia, a teda rozkmitaná struna sa časom uvedie do pokoja.

Častice mikrosveta môže strácať alebo získavať energiu iba tak, že prejde skokom z jedného kvantového stavu do druhého. Pri prechode z vyššieho stavu do nižšieho sa energia vyžiari (napr. v podobe fotónu), pri opačnom prechode častica energiu pohltí. Energia sa môže predávať aj iným spôsobom ako žiarením - napr. zrážkou častíc, ale vždy iba v kvantách zodpovedajúcich rozdielu energetických hladín.

Kvantovanie energetických hladín – vlnové správanie častíc, ktorá sa pohybuje v určitom obmedzenom priestore vedie ku kvantovaniu energetických hladín. Častica sa môže nachádzať iba na určitých energetických hladinách, ktoré sú určené kvantovým číslom n.

Kvantový model atómu – vychádza plne z kvantovej mechaniky, ktorá popisuje vlastnosti objektov prostredníctvom tzv. vlnovej funkcie, ktorej tvar sa získa riešením zodpovedajúcim Schrödingerovej rovnici. Podobne ako v Bohrovom modeli(*) sa aj v kvantovom modeli predpokladá, že sa atóm skladá z hmotného jadra a elektrónového obalu.

V kvantovo-mechanickom modeli nie je dráha elektrónu v elektrónovom obale určená presne, ale v dôsledku Heisenbergovho princípu neurčitosti je nutné vyjadrovať polohu elektrónu prostredníctvom pravdepodobnosti výskytu. Oblasti s najvyššou pravdepodobnosťou výskytu elektrónu v atómu sa označujú ako orbitály.

Riešením Schrödingerovej rovnice sa získa skupina kvantových stavov, ktoré možno charakterizovať štvoricou kvantových čísiel:

n - hlavné kvantové číslo (určuje veľkosť a energiu orbitálu)
l - vedľajšie kvantové číslo (určuje tvar orbitálu)
m - magnetické kvantové číslo (určuje priestorovú orientáciu orbitálu)
s - spinové kvantové číslo

*Bohrov model atómu vodíka je založený na troch postulátoch, ktorý vytvoril Niels Bohr:

a) Elektróny sa pohybujú po kružnicovej trajektórii
b) Pri prechode z jednej kružnice na druhú elektrón vyžiari (pohltí) práve 1 fotón
c) Sú dovolené tie trajektórie, ktorých moment hybnosti je $n \cdot \hbar$ kde n=1,2,3...

Tunelovanie častice cez potenciálovú bariéru – ak schod má konečnú dĺžku d, ide o potenciálnu bariéru. Dosadením dĺžky (hrúbky) bariéry do tohto vzťahu $P = e^{-\frac{2x}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}}$ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (pravdepodobnosť, že častica prenikne do hĺbky x za schod), získame pravdepodobnosť prechodu častice cez bariéru => **tunelový jav**.

Tunelový preto, lebo častica nemá dostatok energie na „preskočenie" bariéry (veľkosť energie častice je menšia ako výška bariéry), ale prechádza cez ňu akoby tunelom. Pravdepodobnosť prechodu bariérou exponenciálne klesá s rastúcou hrúbkou bariéry.

Tunelový jav sa uplatňuje napr. pri rádioaktívnych premenách jadier atómu, keď z jadra uniká častica alfa, alebo v tzv. tunelových diódach.