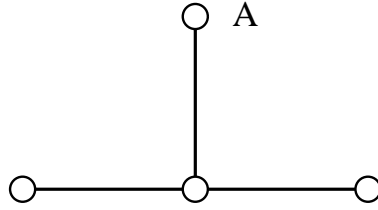


Písomka 05. 05. 2009

1. Fyzikálne kyvadlo je zložené zo 4 rovnakých guľičiek hmotnosti m , spojených nehmotnými tyčami (obr. 1) Vzdialenosť dvoch susedných guľičiek je ℓ . Rozmery guľičiek zanedbajte. Nájďte periódu kmitov tohto kyvadla, ak je zavesené v bode A . (3 body)



Riešenie. Najprv nájdem polohu ťažiska. Ťažisko určite leží na osi telesa, takže staží nájsť súradnicu v zvislom smere. Položím počiatok sústavy do bodu A a dostanem

$$h = \frac{1}{4} [0 + 1 + 1 + 1] \ell = \frac{3}{4} \ell. \quad (1)$$

Moment zotrvačnosti J vzhľadom na bod A je

$$J = m\ell^2 \times [0 + 2 + 1 + 2] = 5m\ell^2. \quad (2)$$

Dosadím do vzorca

$$\omega = \sqrt{\frac{4mgh}{J}} = \sqrt{\frac{3g}{5\ell}}. \quad (3)$$

2. Jožko hodil do studne hrajúci tranzistor. Tesne predtým, ako tranzistor dopadol do vody, vyslal tón s frekvenciou $f_0 = 1050$ Hz. Jožko začul tento tón s frekvenciou $f = 1000$ Hz. Aká hlboká je studňa? Rýchlosť zvuku $c = 340$ m/s. (2 body)

Riešenie. Z Dopplerovho princípu poznáme vzťah medzi frekvenciami f_0 a f :

$$f = \frac{c}{c+v} f_0 \quad (4)$$

z ktorého nájďeme rýchlosť rádia tesne pred dopadom:

$$v = \frac{f_0 - f}{f} c \quad (5)$$

takže $v = 0.05c = 17$ m/s. Pretože rádio padalo voľným pádom, platí $v = \sqrt{2gh}$, a hĺbka studne

$$h = \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{f_0 - f}{f} \right)^2 \frac{c^2}{2g}. \quad (6)$$

Po dosadení $h = 14.45$ m.

3. Na (nehmotnej) niti dĺžky ℓ visí závažie s hmotnosti M . Na teliesku sedí mucha hmotnosti m . Mucha aj závažie sú v klude. Náhle mucha odletí vodorovným smerom rýchlosťou v . V akom maximálnom uhle θ_m od zvislice sa vychýli závažie? Závažie aj muchu opovažujte za hmotný bod. (3 body)

Riešenie. Zákon zachovania momentu hybnosti (aj hybnosti) dá $MV = mv$, takže počiatočná rýchlosť závažia je $V = (m/M)v$ a jeho kinetická energia

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{m^2}{M} v^2. \quad (7)$$

V okamihu maximálnej výchylky sa táto energia premení na potenciálnu energiu $E_p = Mgh$. Maximálny uhol je určený vzťahom $h = L(1 - \cos \theta_m)$, takže

$$\cos \theta_m = 1 - \frac{m^2}{2M^2} \frac{v^2}{g\ell}. \quad (8)$$

4. Na strune visia dve závažia hmotnosti $m_1 = 10$ dkg a $m_2 = 30$ dkg. Struna sa vplyvom ich tiaže predĺžila o $\Delta x = 10$ cm. Zrazu závažie m_2 odpadlo. Závažie m_1 začalo harmonicky kmitať s frekvenciou ω . Nájďte frekvenciu ω (2 body)

Riešenie. Zo vzťahu pre silu pružnosti pružiny vieme $F = k\Delta x = (m_1 + m_2)g$, takže konštanta pružiny $k = (m_1 + m_2)g/\Delta x$ a

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 \Delta x}} = 20 \text{ s}^{-1}. \quad (9)$$

Pozn. v niektorých písomkách bola $m_2 = 20$ dkg, takže $\omega = 17.3 \text{ s}^{-1}$.