

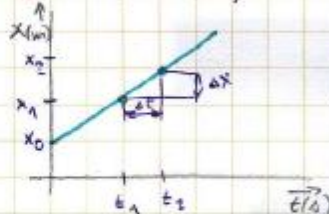
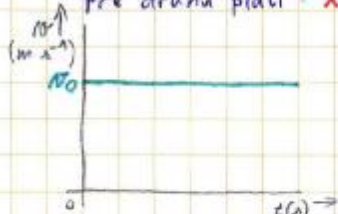
# 1. Kinematika

## - Priamočiary pohyb

a) Pohyb s konštantnou rýchlosťou (priamočiary rovnomerný pohyb)

$$v = \text{konšt.}$$
$$a = 0 \quad \text{lebo} \quad \frac{dv}{dt} = 0$$

pre dráhu platí:  $x = x_0 + v \cdot (t - t_0)$ ;  $x$  - súradnica bodu v čase



$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{konšt.}$$

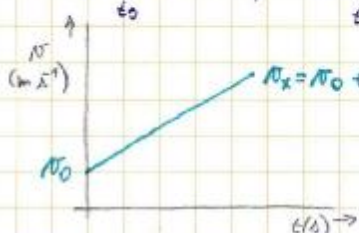
závislosť dráhy od času

závislosť veľkosti dráhy od času

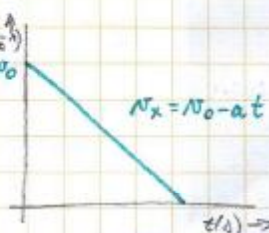
b) Pohyb s konštantným zrýchlením

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \quad \text{a} \quad a(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$x(t) = \int_{t_0}^t v(t) dt; \quad v(t) = \int_{t_0}^t a(t) dt$$



$a > 0$   
zrýchlenie



$a < 0$   
spomalenie



závislosť dráhy od času

$$x = \frac{1}{2} at^2 + x_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \left( \frac{1}{2} at^2 + x_0 \right)' = at$$

## - Krivočiary pohyb

- je charakterizovaný tým, že trajektória, ktorú opisuje hmotný bod je ľubovoľná krivka  
polohový vektor sa mení  $\vec{r} = (x, y, z, t)$ ;  $x, y, z$  - súradnice

$t$  - čas  $\rightarrow$  pohyb v priestore

Najjednoduchším prípadom je šikmý vrh, pohyb po kružnici, i iné krivky (elipsa, hyperbola a iné)



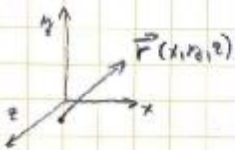
### - Skladanie pohybov

- ak teleso koná súčasne dva alebo aj viac pohybov

Platí princíp nezávislosti pohybov → teleso alebo hmotný bod koná viac pohybov súčasne. Jeho poloha za čas  $t$  je taká, ako keby konal tieto pohyby postupne v ľubovoľnom poradí, každý za čas  $t$ .

### - Polohový vektor

- vektor udáva; ňci polohu hmotného bodu v priestore



$$\mathbf{r}(t) = \int_{t_0}^t \mathbf{v}(t) dt$$

### - Rýchlosť a zrýchlenie hmotného bodu

máme polohový vektor  $\mathbf{x}$ .

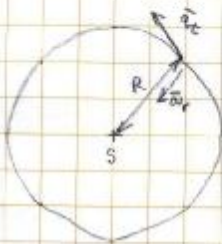
$$\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{x}}{dt} ; \mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}$$

### - Rozdiel medzi tangenciálnym a radiálnym zrýchlením

pri pohybe po kružnici.

Tangenciálne - má smer dotyčnice kružnice

Radiálne - pôsobí v smere polomeru kruhovej obežnej dráhy > sú na seba kolmé



$$\begin{aligned} \bar{a}_t &= \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R} \\ \bar{a}_r &= R \cdot \epsilon \end{aligned}$$

### - Priamočiary pohyb rovnomerný

$$v = \text{konst}; a = 0$$

$$v = \Delta l / \Delta t$$

$$x = x_0 + v \cdot (t - t_0)$$

### - Priamočiary pohyb rovnomerne zrýchlený

$$v(t) = \frac{dv}{dt}; a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + x_0; a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = a$$

$$v(t) = \frac{dv}{dt} = at$$

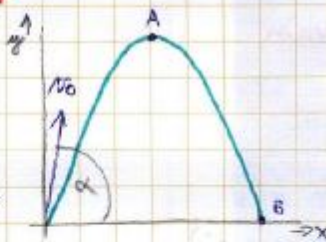
### - Šikmý vrh nahor

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$x = v_0 t \cos \alpha$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$$



$$\text{ak } v_y = 0 \Rightarrow t_A = \frac{v_0}{g} \sin \alpha$$

$$\text{ak } y = 0 \Rightarrow t_B = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha = 2 \cdot t_A$$

$t_A \rightarrow y \rightarrow \text{max. výška}$

$t_B - x \rightarrow \text{dráha doletu}$

### - Vodorovný vrh

Patri medzi prípady šikmého vrhu (napr. výtok kvapaliny z nádoby cez otvor v stene)

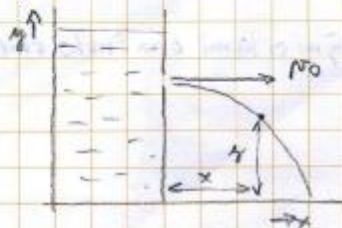
$$\alpha = 0$$

$$v_x = v_0$$

$$x = v_0 t$$

$$v_y = -gt$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2$$



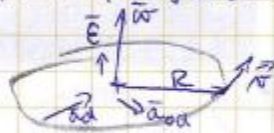
## - Pohyb po kružnici

Uhlová rýchlosť -  $\omega$  - vektorová veličina, podiel zmeny uhlovej súradnice za časový interval. Rýchlosť. Vektor  $\omega$  je kolmý na rovinu otáčania a smeruje na tú stranu, z ktorej sa otáčanie javí v rovine pohybu. Chodu hodín - ručičiek.  $[\text{rad/s}] \quad \omega = \frac{d\phi}{dt}$

Uhlové zrýchlenie - vektorová veličina - podiel zmeny uhlovej rýchlosti za časový interval.  $[\text{s}^{-2}$  alebo  $\text{rad/s}^2]$   
$$E = \frac{d\omega}{dt}$$

Odstredivé zrýchlenie - má veľkosť dostredivého, alebo opačný smer. Pôsobí od stredu.

$$a_{od} = \omega r = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$



## 2. Dynamika hmotného bodu

### - Vzťah medzi silou, hmotnosťou a zrýchlením

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad [\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = \text{N}$$

$m$  - konštanta medzi silou a zrýchlením

### - Zákon sily

- druhý pohybový zákon

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Časová zmena hybnosti sú rovná pôsobiacej sile (výslednej)

Teleso sa nepohybuje rovnomerne priamočiara, ale jeho pohyb je zrýchlený/spomaľený, alebo mení smer.

### - Zákon zotrvačnosti

- prvý pohybový zákon

- sila nie je príčinou pohybu, pohyb musí byť rovnomerný priamočiary

Každý bod v inerciálnej sústave zotrvačne v pokoji, alebo v rovnomernom priamočiaram pohybe, kým nie je nútený vonkajšími silami tento stav meniť.

$$m = m_0 \cdot \frac{v_0}{v}$$

### - Zákon akcie a reakcie

- tretí pohybový zákon

- dva hmotné body na seba pôsobia rovnako veľkými silami opačného smeru.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

### - Kinetická energia

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

### - Potenciálna energia

$$E_{pot} = m g h$$

### - Premena Energii

$E_{pot}$  na  $E_k$  - Ak urobíme mechanický oscilátor do kmitavého pohybu.

Pri prechode rovnovážnou polohou má oscilátor  $E_k$ , pri vychýlení je to zase  $E_{pot}$ . Platí zákon zachovania energie.

$$E_k \text{ na } E_{pot}$$

Voľný pád - teleso má na začiatku  $E_{pot}$ , lebo je v určitej výške  $h$ ; po páde sa táto energia premení na  $E_k$  a teleso sa bude pohybovať.

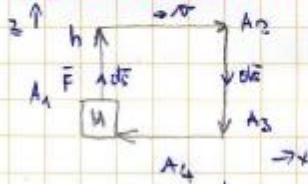


**- Práca**

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

ak na teleso pôsobí sila  $F$  po určitej časti dráhy  $ds$ , vykonáva sa práca  $W$ .

**- Práca v gravitačnom poli Zeme**



$$A_1 = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_0^h F \cdot dz = mgh$$

$$A_2 = 0$$

$$A_3 = -mgh$$

$$A_4 = 0$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 0 \quad \text{rúčet práce uzavretého systému = 0}$$

**- Hybnosť**

- je vektor určujúci súčin hmotnosti a rýchlosti

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

- zákon zachovania hybnosti

$$\vec{p} = \sum m_i \vec{v}_i = \text{konst.}$$

Def: V izolovanej sústave sa celková hybnosť zachováva. Tento zákon je dôsledkom rovnomernosti priestoru.

Pružná zrážka - telesá do seba narazia, ale nerozbiť sa, odrazia sa  $\Rightarrow$  energia sa zachováva

Nepružná zrážka - telesá narazia a vniknú do seba, výsledná energia sa už nezachováva, ale súčinná

**- Trenie**

Jav, ktorý vzniká pri posúvaní, resp. pri valení telesa po podložke. Na stejnej ploche telesa a podložky vzniká sila, ktorá brzdí pohyb - trecia sila. Na prvý pohľad, sa zdá ako nezávislý jav, ale bez trenia, by sme sa nemohli pohybovať.

Podľa toho, či ide o trenie v statickej rovnováhe, alebo o trenie počas pohybu rozoznávame statické a kinetické trenie. Kinetické tr. je vždy menšie ako statické.

$$\vec{F}_s = \mu_s \cdot N$$

$$\vec{F}_k = \mu_k \cdot N$$



$$F = Mg \cdot \sin \alpha$$

$$N = Mg \cdot \cos \alpha$$

$$F_s = \mu_s \cdot Mg \cdot \cos \alpha$$

$$F = F_s$$

$$Mg \cdot \sin \alpha = \mu_s \cdot Mg \cdot \cos \alpha$$

$$\mu_s = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$F_L \rightarrow \text{existuje len } \alpha!$$

**- Newtonov gravitačný zákon 2 hmotné telesá**

$$\vec{F} = \mathcal{K} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2} \quad ; \quad \mathcal{K} - \text{gravitačná konštanta}$$

Hmotný bod hmotnosti  $m_1$  účinkuje na iný hmotný bod s  $m_2$  príťažlivou silou, ktorá je priamo úmerná súčinu oboch hmotností, a nepriamo úmerná druhej mocnine ich vzájomnej vzdialenosti (tzn.  $r_{12}^{-2}$ ).



## - Inerciálna / Neinerciálna sústava

Inerciálna je vzťažná sústava, v ktorej platí 1. Newtonov zákon - telesá zostávajú v pokoji, alebo v priam. rovnom. pohybe. Neinerciálna - neplatí ani 1. ani 3. Newtonov pohybový zákon.  $\Rightarrow$  Keď na teleso nepôsobí žiadna sila, teleso mení svoju rýchlosť. Zmena pohybov. stavu sa vysvetľuje zotrvačnou silou, ktorej pôvod je mimo neinerciálnej vzťažnej sústavy. Neinerciálne vzť. sústavy sú vzhľadom na inerciálne pohybujúce nerovnomerne.

Neinerciálnou vzťažnou sústavou je Zem - lebo na pohybujúce telesá pôsobí Coriolisova sila  $\Rightarrow$  to sa dá dokázať pomocou Foucaultovho kyvadla.

Foucaultovo kyvadlo  $\rightarrow$  experiment, ktorý dokázal rotáciu Zeme. Kyvadlo tvorí ťažká guľa, zaväzená na dlhom drôte upravenom na stope. Na kyvadlo pôsobí zdanlivá Coriolisova sila, ktorá vychýli kyvadlo proti smeru otáčania hodiny v severnej polkugli. V skutočnosti sa netočí kyvadlo, ale Zem. Kyvadlo má rovnaký smer kmitania. Druhá vzťažná takto:



$$\text{Odstredivová sila} - \vec{f}_{gd} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$\text{Coriolisova sila} - \vec{f}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$

## 3. Dynamika sústav hmotných bodov

### - Dobrotle tuhé teleso

- je také, ktoré nemení svoj tvar ani pri pôsobení veľmi veľkých síl. Je nedeformovateľné.

### - Ťažisko teleso

Ťažisko dvoch hmotných bodov  $m_1$  a  $m_2$  je taký bod nosisť spájajúci, ktorý je dalek v obrátenom pomere k ich hmotnosti. Predstavuje hmotný bod teleso, dôležitý pre stabilitu a výpočty momentu zotrvačnosti.

$$\vec{r} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad ; \quad \vec{I} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i^2$$

### - Moment sily

Vektorový súčin polohového vektora pôsobiacej sily a vektora sily.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad ; \quad r - \text{je vzdialenosť od pevného bodu}$$

### - Rovnovážna teleso

Rovnovážna

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad ; \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad ; \quad \sum \vec{F}_i = 0$$
$$\sum \vec{M}_i = 0$$

Stabilita - vlastnosť teleso zachovať si rovnovážnu polohu.

Rovnovážna poloha - stabilná - po malom vychýlení sa teleso vráti do pôvodnej polohy

- labilná - po malom vychýlení sa teleso od nej vzdalí, a snaží sa zaujať rovnovážnu

- indiferentná - po malom vychýlení zaujme novú polohu

### - Moment zotrvačnosti

$$\vec{J} = \sum m_i \vec{r}_i^2$$

Pri rotačných; vyjadruje časť ako odpor teleso rotovať

### - Steinerova veta

$$\vec{J} = \vec{J}_T + m\vec{r}^2$$



**- Moment hybnosti**

$$\vec{L} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$

Vektorový súčin polohového vektora a jeho hybnosti

Zákon zachovania momentu hybnosti - v izolovanej sústave sú celkový moment hybnosti nemenný.

$$\vec{L} = \sum \vec{r}_i \times m_i \cdot \vec{v}_i = \text{konst.}$$

**- Rotácia tuhého telesa**



$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2; \omega = 2\pi f$$

$$J = \int m R^2 dr$$

$$L = \omega J$$

**- Valivý pohyb**

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

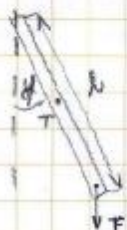


**- Fyzikálne kyvadlo**

$$J \cdot \ddot{\varphi} = m g \cdot l \sin \varphi$$

$\sin \varphi = \varphi$  pre malé výchylky

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = m g \cdot l \varphi$$



$$\omega = \sqrt{\frac{m g l}{J}}$$

$l \rightarrow$  v bode zavesenia

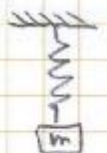
$J \rightarrow$  vzhľadom na ťažisko

Fyzikálne kyvadlo - je každé teleso, ktoré sa môže otáčať bez trenia okolo vodorovnej osi neprechádzajúcej ťažiskom.

**4. Kmity**

**- Harmonický oscilátor**

Teleso vykonávajúce harmonický kmitavý pohyb. Napr. guľôčka na pružine, fyzikálne kyvadlo, matematické kyvadlo.



oscilátor

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Fyzikálne

$$EJ = M$$

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = m g \cdot l \sin \varphi$$

$$J \cdot \omega^2 \varphi = m g \cdot l \sin \varphi; \sin \varphi = \varphi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m g l}{J}}; T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m g l}}$$

matematické  $\rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

$\hookrightarrow$  ako fyzikálne, ale hmotný bod zavesený na nehmotnej niti.



### - Charakteristické veličiny oscilátora

Vlastní frekvence  $\rightarrow \omega = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$

Většíh mezi výchylkou a časem  $y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega t + \phi)$

max výchylka:  $y_0$ ,  $\frac{dy}{dt} = 0$

$v_{max} = \frac{dy}{dt}$

### - Energiu oscilátora

$E_{pot} = \frac{1}{2} k y^2$

$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$

### - Tlmený oscilátor

$y(t) = A \cdot e^{-bt} \cdot \sin(\omega t + \phi)$

$bT = \ln \frac{y(t)}{y(t+T)}$

### - Oscilátor buzený vonkajšou silou F

$F = k \cdot \Delta s$ ;  $\Delta s \rightarrow$  predĺženie  
 $k$  - tuhosť pružiny

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$m \cdot g = k \cdot \Delta s \Rightarrow k = \frac{m \cdot g}{\Delta s}$

$\omega = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\Delta s \cdot m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta s}}$

## 5. Vlny

### - Šírenie vlny

$\lambda = \frac{v}{f}$ ;  $\lambda$  - vlnová dĺžka  $\rightarrow$  vzdialenosť dvoch bodov kmitajúcich s rovnakou fázou

$w(x,t) = A \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{x}{\lambda} + \phi \right]$

$w(k,t) = A \cdot \sin [\omega t - kx + \phi]$

### - Pričné/pozdĺžne vlnenie

Priečné - vlnenie, pri ktorom častice prostredia kmitajú kolmo na smer postupu vlnenia.

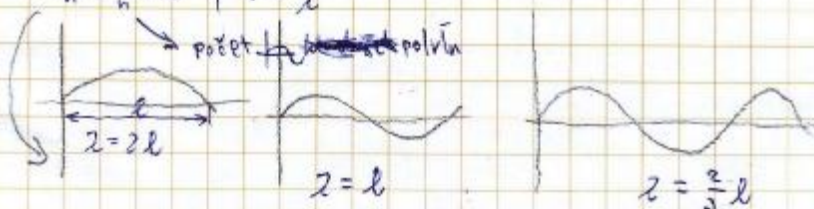
Pozdĺžne - vlnenie, pri ktorom častice prostredia kmitajú rovnobežne so smerom postupu vlnenia.

### - Stojaté vlny

Vznikajú skladaním dvoch rovnakých proti sebe postupujúcich rovinných vln

$w(x,t) = w_1(x,t) + w_2(x,t) = 2A \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(kx)$  ;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$x_n = \frac{1}{n} \lambda l$  ;  $f = \frac{v}{\lambda}$







### - Skladanie vln

Ked' sa skladajú dve proti sebe idúce rovinné vlny s rovnakými frekvenciami, vzniká stojaté vlnenie.  
Ked' sa skladajú dve vlny postupujúce rovnakým smerom s rovnakými frekvenciami, ale odlišnými fázovými konštantami vzniká interferencia.

Ked' sa skladajú dve jedným smerom postupujúce navzájom v kolmých rovinách lineárne polarizované vlny vzniká eliptický resp. kruhovo polarizované vlnenie.

$$u(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t) = 2A \sin(\omega t) \cdot \cos(kx); \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Čižy - periodické kolísavé amplitúdy kmitania zložené z dvoch navzájom rovnobežných kmitavých pohybov blízkoých frekvencií

### - Interferencia

Skladanie dvoch vln rovnakým smerom s rovnakými frekvenciami, ale odlišnými fázovými konštantami.

Môže nastať zosilnenie alebo zoslabenie.

Zosilnenie: rozdiel fáz  $\Delta\varphi = 2n\pi$   
dráhový rozdiel  $\Delta s = 2n \left(\frac{\lambda}{2}\right)$

Zoslabenie: rozdiel fáz:  $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$   
dráhový rozdiel:  $\Delta s = (2n+1) \left(\frac{\lambda}{2}\right)$

### - Doplerov jav

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_p}{v \mp v_c}$$

- približujú sa  
- vzdalujú sa

f - frekvencia zdroja

$v_p$  - rýchlosť pozorovateľa

$v_c$  - rýchlosť zdroja

$v$  - rýchlosť zvuku vo danom prostredí (vzduchu = 340 m/s)

Doplerov jav - zmena vnímanej frekvencie v porovnaní s frekvenciou zdroja, vyvolaná vzájomným pohybom zdroja a pozorovateľa.

## 6. Hydromechanika

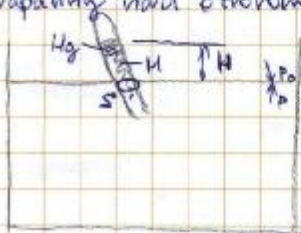
### - Pascalov zákon

Zmena tlaku v kvapaline nachádzajúcej sa v uzavretej nádobe vyvolaná vonkajším pôsobením je vo všetkých miestach kvapaliny rovnako veľká.

$$p = \frac{F}{S} \quad [Pa] = \frac{N}{m^2}$$

### - Torichelliho pokus

Vzťah vyjadrujúci závislosť rýchlosti vytekajúcej ideálnej kvapaliny z otvoru v nádobe od výšky hladiny kvapaliny nad otvorom. Platí len keď kvapalina vyteka vplyvom svojej tiaže.



$$V = S \cdot H$$

$$H = 0,76 \text{ m}$$

$$M = S \cdot H \cdot \rho$$

$$\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$F = S \cdot H \cdot \rho \cdot g = Mg$$

$$g \sim 10 \text{ m/s}^2$$

$$p = \frac{F}{S} = \rho \cdot g \cdot H$$

$$p = 10^5 \text{ N/m}^2 \text{ resp. } 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p = p_0$$



### - Archimédov zákon

Teleso ponorené do kvapaliny je nadľahčované silou, rovnajúcou sa tiaži tekutiny nahradenej telesom.

$$\rho_T \leq \rho - \text{teleso sa vynára}$$

↑  
teleso kvapaliny

$$\rho_T > \rho - \text{teleso klesá ku dnu}$$

$$\rho_T = \rho - \text{teleso je na hladine}$$

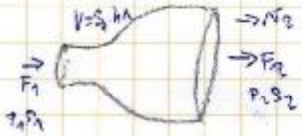
### - Rovnica kontinuity



$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Kmestný prítok každým prierezom trubice je rovnaký

### - Bernoulliho rovnica



$$E_{k1} = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho V v_1^2$$

$$E_{k2} < E_{k1}$$

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \text{konšt.}$$

$$v = \sqrt{2gh} ; \quad \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 = p_1 ; \quad p_1 = \rho g h_1 ; \quad p_2 = \rho g h_2 ; \quad h = h_1 - h_2$$

Def: rovnica vyjadrujúca zákon zachovania mech. energie v laminárne prúdiacej kvapaline.

Súčet kin. a pot. energie jednotky objemu kvapaliny a jej tlaku je v každom bode prúdnice rovnaký.

## 7. Plyny

### - Ideálny plyn

Ideálny plyn - molekuly na seba navzájom nepôsobia silami, pohybujú sa priamočiara; Objem molekúl sa zanedbáva  
Je dobre stlačiteľný.

Stavová rovnica:  $pV = nRT$  ;  $pV = n N_A \cdot kT$

### - Vzťah medzi strednou kinetickou energiou a teplotou plynu

$$p = \frac{N}{V} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \right) \Rightarrow \frac{2}{3} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT ; k - \text{Boltzmannova konštanta}$$

- Počet stupňov voľnosti: 1st vel'nosti:  $U_M = \frac{3}{2} RT$  ; jednoatómová má 3 st. vel'nosti  
2st vel'nost:  $U_M = 3RT$  ; dvojátoťmová má 6 st. vel'nosti

### - Stavová rovnica ideálneho plynu

$$pV = nKT$$

$$pV = n \cdot N_A \cdot kT$$

$$p \cdot V = nRT$$

p - tlak

V - objem

n - počet častíc (molekúl)

R - univerzálna konštanta =  $k \cdot N_A$

T - teplota Termodynamická

Def: rovnica, ktorá ukladá vzťah medzi tlakom, objemom a termodynamickou teplotou id. plynu

### - Látkové množstvo

Látkové množstvo - veličina, ktorá je mierou množstva látky v najjednoduchšom podobe jej častíc - jednotka mol; jedna zo základných SI -  $N = n \cdot N_A$

Avogadrova konštanta -  $N_A = 1 \text{ mol} = 6,022 \cdot 10^{23}$  molekúl

$$p \cdot V = nRT ; n - \text{počet molekúl}$$

Vnútorná energia plynu - súčet kinetickej a potenciálnej energie všetkých jej častíc.

$$\vec{A} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$U = N \cdot \frac{f}{2} kT ; f - \text{počet stupňov voľnosti}$$

N - počet atómov

### - Zmena vnútornej energie plynu

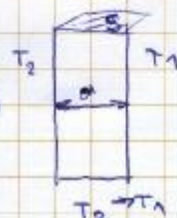
$$\Delta Q = m \cdot \Delta T \cdot c ; c - \text{merné teplo [J/kg}\cdot\text{K]}$$

$$c_{\text{mol}} - \text{molárne merné teplo [J/mol}\cdot\text{K]}$$

$$\text{Práca plynu } \vec{A} = - \int p dV$$

$$\text{Teplo plynu dodané: } \frac{Q}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} k (T_2 - T_1)$$

$$\text{prijať: } \frac{Q}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} k (T_2 + T_1)$$



k - teplotná konštanta materiálu

## - Merné teplo

V-const.

$$p_0 V = RT_0$$

$$p V = RT$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} \Rightarrow p = p_0 \left(1 + \frac{t}{T_0}\right) \text{ resp. } p = p_0 \cdot \left(\frac{T+t}{T_0}\right) \quad \leftarrow \text{Cels. stupnice} \quad \text{Charlesov zákon}$$

P-const.

$$p_0 V_0 = RT_0$$

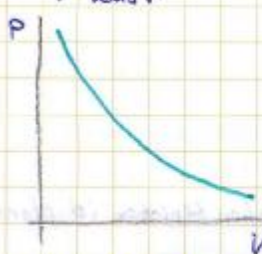
$$p V = RT$$

$$V = V_0 \cdot \left(1 + \frac{t}{T_0}\right)$$

Poissonova konstanta:  $k = \frac{i+2}{i} = \frac{C_p}{C_v}$  Gay-Lussacov zákon

## - Děje v plynech

Izotermický děj - děj, při kterém se teplota termodynamické soustavy nemění  
 $T = \text{const.}$



$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

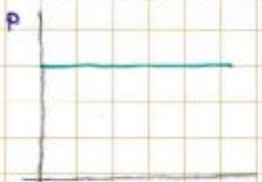
súvisí s vratnosťou.

Adiabatický děj - děj, při kterém je termodynamická soustava tepelně izolována, nepřijímá ani neodvádí teplo.



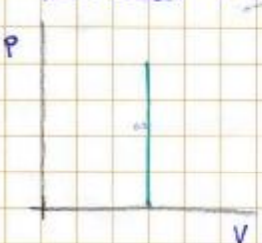
~~$\Delta U = Q + W$~~   $W = \frac{1}{\gamma-1} [p_1 V_1 - p_2 V_2] = -C_v [T_2 - T_1]$ ;  $C_v$  - teplotní kapacita při konstantní objemu

Izobarický děj - děj, který probíhá při stálém tlaku



$$W = p(V_2 - V_1)$$

Izochorický děj - děj, při kterém se nemění objem při termodynamické soustavě



$$W = V(p_2 - p_1)$$

## 8. Termodynamika

### - Teplota -

- energia ktorou sa medzi termodynamickými sústavami vymieňa prostredníctvom mikroskopických dejov
- je ~~znázornením~~ mierou zmeny vnútornej energie termodynamického systému, keď sa vykoná práca
- jednotka Joule [J]

Teplota dodaná telu:  $Q = mc \cdot \Delta T$ ;  $c$  - tepelná kapacita - teplo potrebné na zohriatie jednotkovej hmotnosti o 1K.  
Zmena teploty tela:  $\Delta U = \Delta A + \Delta Q$  -> súčet prijatej práce a tepla

### Absolútna teplota

- Iné pomenovanie pre termodyn. teplotu
- Teplota určená na základe Termodyn. stupnice; jednotka - 1K
- ~~0K = 273,15 K = 0°C~~
- 3000K - teplota posledných kovov - Wolfrám
- 6000K - teplota na povrchu Sluka

### - Vedenie tepla

1. Plyn pri konštantnom objeme

$V = \text{konst.}; \Delta V = 0; \Delta W = 0; \Delta U = \Delta Q$

$$C_V = \frac{i}{2} R \quad \Delta U = \frac{i}{2} nRT = \Delta Q = \frac{i}{2} R \Delta T \quad ; C - \text{tepelná kapacita}$$

2. Plyn pri konštantom tlaku  $\Delta Q = \Delta U + p \Delta V = \Delta U + R \Delta T = \frac{i+2}{2} R \Delta T$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R$$

- Tepelné straty - teplo, ktoré sa stratí, preto, lebo  $\eta \neq 1$  v skutočných prípadoch

$$TS = 1 - \eta$$

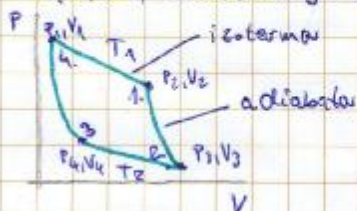
### - Dĺžková a objemová rozťažnosť

- Dĺžková rozťažnosť:  $l = l_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0)]$ ;  $l_0$  - dĺžka pri teplote  $T = T_0$   
 $\alpha$  - koeficient dĺžkovej rozťažnosti
- Objemová rozťažnosť:  $V = V_0 \cdot [1 + \beta \cdot (T - T_0)]$ ;  $\beta = 3\alpha$

### - Kruhový dej v plyne

Kruhový dej - dej, pri ktorom sa termodynamická sústava vráti do východiskového stavu. Zaujímavý a konečný stav tožného.

Carnotov cyklus - hypotetický kruhový dej, pozostávajúci zo štyroch vratných dejov - izotermickej expanzie, adiabatckej expanzie, izotermickej kompresie a adiabatckej kompresie. Optimálny na výpočet účinnosti tepelného stroja



$$1. \Delta U = 0; W_1 = 0; Q_1 = W_1$$

$$2. \Delta U = -W_2; Q = 0$$

$$3. \Delta U = 0; W_3 = -Q_3$$

$$4. \Delta U = 0; Q = 0$$

$$\Delta U = 0$$

$$W = Q_1 - Q_2$$

$$\text{Účinnosť: } \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < 1$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1 \quad ; T_1 - \text{teplota ohrievača}$$

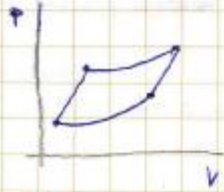
$$T_2 - \text{teplota chladiča}$$

Tepelný stroj - zariadenie, ktoré pracuje na základe prvého termodynamického zákona => Teplo možno premeniť na inú energiu, alebo prácu. Respektíve druhý termodyn. zákon - premenu energii sa nedá vykonať úplne.



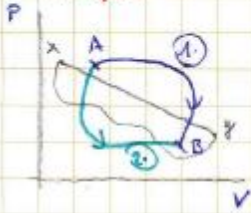
**- Obrátený Carnot v cyklus**

$$k = \frac{Q_2}{\Delta W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \quad ; \quad k = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad ; \quad T_2 - \text{teplota chladiča} \\ T_1 - \text{teplota ohrievača}$$



Chladiace stroje (tepelné čerpadlá) - mech. energiu (práca) sa spotrebuje na prenos tepla zo zdrobnika s nižšou teplotou do zdrobnika s vyššou teplotou. Cyklus prebieha proti smeru hod. ručičiče.

**- Entropia**



$$\textcircled{1} \int_A^B \frac{dQ}{T} = \Delta S_{AB} \quad \Delta S_{\text{SM}} = \int \frac{dQ}{T} \\ \textcircled{2} \int_B^A \frac{dQ}{T} = \Delta S_{BA} \quad \Delta S \geq 0 \\ \Delta S = 0 \text{ pri ideálnom kruhovom dejí} \\ 1=2 \quad dQ - \text{teplo prijaté sústavou}$$

Entropia - veličina charakterizujúca stav termodyn. sústavy, ktorej prírastok sa rovná podielu tepla prijatého sústavou vratným procesom a termodyn. teploty, pri ktorej bolo teplo prijaté.

Entropia - miera neusporiadanosti termodyn. sústavy; pri zväčšovaní neusporiadanosti entropia rastie. [J/K]

štatist. význam entropie -  $p = \frac{Z}{z^N}$  ; N - počet možností

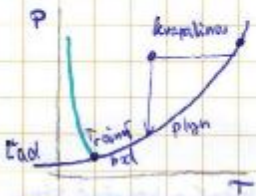
Nerátaný dej - dej, ktorý nie je vratný.

Vratný dej - dej, ktorého chod možno ľubovoľne malou zmenou vonkajších podmienok zmeniť na opačný.

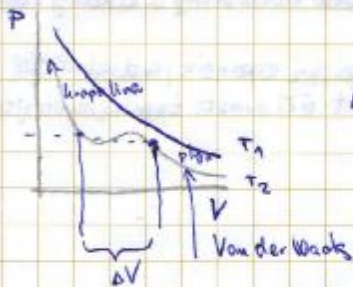
Na stavovom diagrame sa to prejaví smerom smern pohybu bodu znázorňujúceho stav sústavy.

**- Skupenské premeny**

Tuhá látka - kvapalina - plyn



$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \quad \text{Vander Waalsová rovnica} \\ \text{príjeden má látka, } a, b - \text{konstanty}$$



$L = \Delta Q$  - Latentné teplo