

Obvod s neharmonickými priebehmi

Všeobecne

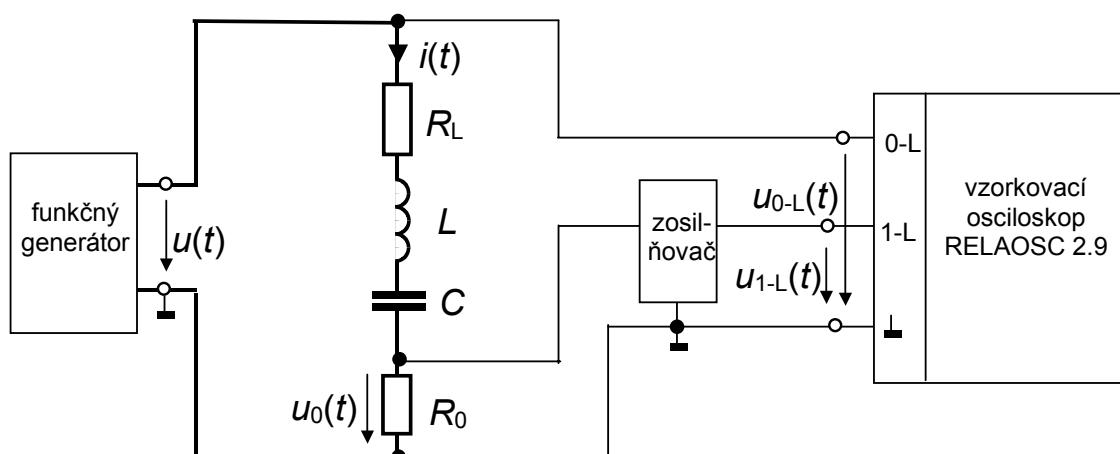
Tento text obsahuje praktický postup v laboratórnej úlohe, ktorá sa zaoberá experimentálnym overením riešenia lineárneho elektrického obvodu v ustálenom stave, pri pôsobení striedavého zdroja napätia, ktorého priebeh je neharmonickou periodickou funkciou času. Počtárske riešenie takýchto úloh robíme využitím komplexnej metódy riešenia integro-diferenciálnych rovníc obvodu, pričom neharmonické periodické priebehy rozložíme na príslušné harmonické zložky, použitím rozkladu do Fourierovho radu.

Ak vieme neharmonický periodický priebeh popísať v rozsahu periódy analytickou funkciou, potom môžeme vypočítať koeficienty Fourierovho radu priamo z definičných vzťahov pre Fourierove koeficienty. Pre takto získané harmonické zložky napätia môžeme v riešenom obvode využitím komplexnej metódy vypočítať pre jednotlivé harmonické napätia príslušné harmonické prúdy (jednotlivých frekvencií) a ich superpozíciou vypočítať celkový prúd v lineárnom obvode. Neharmonické periodické priebehy, ktoré v rozsahu periódy nevieme popísať analytickou funkciou môžeme rozložiť použitím postupov, založených na numerických metódach (viac v prednáškach z EO2).

Úloha

1. V obvode, ktorého zapojenie je na obr.1, zvolte tvar časového priebehu neharmonického napätia $u(t)$ pomocou funkčného generátora. Na generátore sú k dispozícii časové priebehy tvaru „obdĺžnikového“ alebo „trojuholníkového“ priebehu, súmerného podľa osi t , ktoré je možné v rozsahu periódy popísať analytickou funkciou času $u(t)$. Nastavte maximálnu hodnotu U_m a frekvenciu f zvoleného priebehu napätia $u(t)$ pomocou vzorkovacieho osciloskopu.
2. Vykonajte harmonickú analýzu zvoleného neharmonického priebehu napätia $u(t)$ tak, že vypočítate amplitúdy a fázy prvých piatich harmonických napätia (určíte koeficienty Fourierovho radu).
3. Vypočítajte efektívnu U_{ef} a strednú aritmetickú U_a hodnotu napätia $u(t)$ (analyticky zadaného) a určíte faktor tvaru priebehu k_f .
4. Funkčný generátor napätia ktorého priebeh $u(t)$ sme zvolili (podľa bodu 1) pripojte na sériový RLC obvod. Vzorkovacím osciloskopom zaznamenajte priebeh napätia $u(t)$ a vykonajte výpočet prvých piatich harmonických amplitúd a fáz numerickou analýzou, ktorá je k dispozícii na meracom zariadení.
5. Porovnajte amplitúdové a fázové spektrum napätia $u(t)$, vypočítané vzorkovacím osciloskopom s hodnotami amplitúdového spektra vypočítanými analyticky podľa bodu 2.
6. Využitím komplexnej metódy vypočítajte amplitúdu a fázu prvých piatich harmonických prúdov $i(t)$ v obvode. Vypočítajte efektívnu hodnotu I_{ef} prúdu $i(t)$ využitím prvých piatich harmonických zložiek.
7. Vzorkovacím osciloskopom zaznamenajte priebeh prúdu $i(t)$ a vykonajte výpočet prvých piatich harmonických amplitúd numerickou analýzou, ktorá je k dispozícii na meracom zariadení.
8. Porovnajte amplitúdové spektrum prúdu $i(t)$, vypočítané vzorkovacím osciloskopom s hodnotami amplitúdového spektra vypočítanými analyticky podľa bodu 6.

Schéma a popis zapojenia



Obr. 1. Schéma zapojenia meracej aparatury.

Schéma meracej aparatúry je na obr.1. Napätie funkčného generátora zvoleného časového priebehu $u(t)$ je pripojené do obvodu so sériovým spojením prvkov s parametrami

induktor	$L = 0,318 \text{ H}$ a $R_L = 18,3 \Omega$,
kapacitor	C (nastaviteľný, odporúčaná hodnota kapacity do 220 nF) a
rezistor	$R_0 = 1020 \Omega$.

Napätie $u(t)$ je privedené na vstup 0-L vzorkovacieho osciloskopu ($u_{0-L}(t) = u(t)$). Napätie $u_0(t)$, úmerné prúdu v obvode $i(t)$ sa pred vstupom do vzorkovacieho osciloskopu (vstup 1-L) podľa potreby zosilní zosilňovačom s napäťovým ziskom s voliteľnými hodnotami $A = 1, 2, 5$ alebo 10 .

Pre okamihovú hodnotu prúdu $i_0(t)$ potom platí

$$i_0(t) = \frac{u_0(t)}{R_0} = \frac{u_{1-L}(t)}{A \cdot R_0}$$

Postup pri meraní

- Uvedieme do prevádzky generátor a vzorkovací osciloskop, pričom postupujeme podľa ponuky počítačového programu na ovládanie osciloskopu. V režime „Options“, zvolíme „Channel“ a príslušný vstup, pre napätie „0-L“ (pre prúd „1-L“). Potom voľbou „Run“ dostaneme na obrazovku priebeh vstupného napätia $u(t)$. Pre zvolený priebeh napätia („trojuholníkový“ alebo „obdĺžnikový“) nastavíme pomocou vzorkovacieho osciloskopu vhodnú hodnotu amplitúdy napätia (približne do 2 V) a frekvencie základnej harmonickej (odporúčaná rozsah 110 až 170 Hz). Odčítanie priebehu napätia $u(t)$ vykonáme podľa ponuky stlačením „Ctrl-Break“. Konštanty osciloskopu je možné nastaviť podľa ponuky pričom údaj časovej mierky platí až po nastavení dvoch kurzorov definujúcich periódu T . Nastavenie kurzorov robíme v režime „Cursors“, „1st cursor“ alebo „2nd cursor“ ich posúvaním a definovaním tlačítkom „Esc“.
- Zvolený neharmonický priebeh napätia $u(t)$ rozložíme do Fourierovho radu použitím známych vzťahov. Ak pre napätie platí

$$u(t) = U_0 + \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{U}_n \cdot e^{jn\omega t} \right]$$

potom koeficienty Fourierovho radu spočítame z výrazov

$$U_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T u(t) dt \quad \mathbf{U}_n = \frac{2}{T} \cdot \int_{t=0}^T u(t) \cdot e^{-jn\omega t} dt \quad \mathbf{U}_n = U_n \cdot e^{j\varphi_{un}}$$

pričom pre zvolený časový priebeh napätia súmerný podľa osi t bude $U_0 = 0$. Číselné výsledky (veľkosti U_n a začiatočné fázy φ_{un} prvých piatich harmonických) zapíšeme do tabuľky 1.

- Vypočítame efektívnu hodnotu U_{ef} a aritmetickú strednú hodnotu U_a napätia $u(t)$ z definície

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T u^2(t) dt} \quad U_a = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T |u(t)| dt$$

potom faktor tvaru k_t bude $k_t = \frac{U_{ef}}{U_a}$

- Pomocou vzorkovacieho osciloskopu odčítané napätie $u(t)$ (po vyznačení periódy T pomocou dvoch kurzorov) analyzujeme tak, že využijeme ponuku programu, ktorý je založený na realizácii diskretnej Fourierovej transformácie. V programe použitý postup „vyberie“ z časového priebehu napätia potrebný počet vzoriek, čím získa diskretnú funkciu vzoriek (u_k). Zo zvolených vzoriek sú spočítané aproximatívne koeficienty Fourierovho radu, ktoré spĺňajú vzťah

$$\mathbf{U}_n^A = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u_k \cdot e^{-jn \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot k}$$

kde n je príslušná harmonická, u_k je k -ta vzorka (poradnica) a N je počet vzoriek na dĺžke periódy T . Praktický postup vyžaduje, v režime „Fourier“ odčítať pre zvolené hodnoty „Modul“ resp. „Phase“ veľkosti amplitúd a fáz jednotlivých harmonických a zapísať ich do porovnávacej tabuľky 1.

5. Časový priebeh prúdu $i(t)$, ktorého všeobecný tvar vo forme Fourierovho radu je

$$i(t) = I_0 + \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} I_n \cdot e^{jn\omega t} \right]$$

vypočítame použitím komplexného vyjadrenia (v spektrálnej oblasti), pričom platí

$$I_n = U_n \cdot Y_n = U_n \cdot \frac{1}{Z_n} \quad \text{kde} \quad Z_n = \frac{1}{Y_n} = R_L + R_0 + j \cdot n\omega L + \frac{1}{j \cdot n\omega C}$$

a jednosmerná zložka $I_0 = 0$. Číselné výsledky t.j. veľkosti I_n a začiatočné fázy φ_n prvých piatich harmonických prúdu zapíšeme do tabuľky 2.

6. V režime vzorkovacieho osciloskopu „Options“, „Channel“, zvolíme vstup pre prúd „1-L“. Odčítaný prúd $i(t)$ (po vyznačení periódy T pomocou dvoch kurzorov) analyzujeme programom pre diskretnú Fourierovu transformáciu tak, že v režime „Fourier“ odčítame pre zvolené hodnoty „Modul“ resp. „Phase“ veľkosti amplitúd a fáz jednotlivých harmonických a zapíšeme ich do porovnávacej tabuľky 2. Treba upozorniť na skutočnosť, že v tabuľke 2 nemá zmysel porovnávať fázy jednotlivých harmonických (prúdov) získané priamo výpočtom a analýzou diskretnou Fourierovou transformáciou, pretože nie je možné zabezpečiť začiatky analyzovaných priebehov (napr. prechody nulou) do toho istého okamihu. Takto získané aproximatívne koeficienty jednotlivých harmonických prúdu sú opäť dané výrazom

$$I_n^A = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} i_k \cdot e^{-jn \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot k}$$

kde n je príslušná harmonická, N je počet vzoriek na dĺžke periódy T a vzorky i_k , ktorými vyjadrujeme prúd spĺňajú vzťah pre spätnú diskretnú Fourierovu transformáciu

$$i_k = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} I_n^A \cdot e^{jn \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot k}$$

7. Na záver vykonajte porovnanie hodnôt v tabuľkách 1 a 2 a diskutujte ich zhodu.

Tab. 1. Porovnanie výsledkov analýzy napätia $u(t)$.

Harmonická č.	Hodnoty vypočítané z analytického priebehu		hodnoty vypočítané z aproximovaného priebehu	
	U_n [V]	φ_{un} [°]	U_n^A [V]	φ_{un} [°]
0				
1				
2				
3				
4				
5				

Tab. 1. Porovnanie výsledkov analýzy prúdu $i(t)$.

Harmonická č.	hodnoty vypočítané z analytického priebehu		Hodnoty vypočítané z aproximovaného priebehu	
	I_n [V]	φ_{in} [°]	I_n^A [V]	φ_{in} [°]
0				
1				
2				
3				
4				
5				