

## Kapitola 5

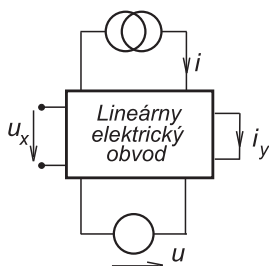
# Princípy platné v elektrických obvodoch.

### 5.1 Princíp superpozície.

Princíp superpozície je užitočný pri hľadaní riešenia v lineárnych obvodoch, ktoré obsahujú dva a viac zdrojov. Môžeme ho vyjadriť nasledujúcou vetou:

**Napätie, resp. prúd sa dá v lineárnej sieti vypočítať ako algebraická suma príspevkov od jednotlivých zdrojov pôsobiacich samostatne.**

V lineárnej sieti môžeme teda riešenie hľadať tak, že vždy necháme pracovať len jeden zdroj, ostatné vynulujeme a vypočítame príspevok k hľadaným veličinám od daného zdroja. Skutočné napätia a prúdy v obvode sa dajú potom získať ako súčty takýchto príspevkov od všetkých zdrojov.



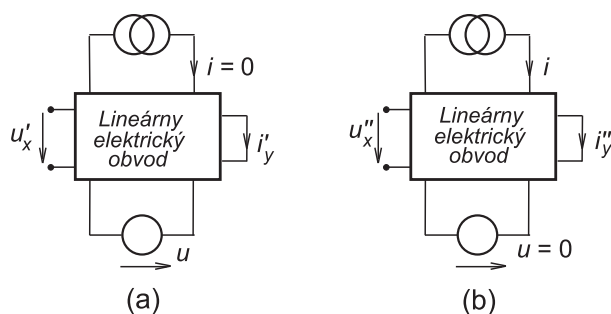
Obr. 5.1: Lineárny elektrický obvod s dvoma zdrojmi.

Uvažujme v ďalšom sieti s jedným napäťovým a jedným prúdovým zdrojom (obr. 5.1). Obidve veličiny – napätie  $u_x$  a prúd  $i_y$  – sa dajú napísať ako súčet dvoch príspevkov vyvolaných jednotlivými zdrojmi

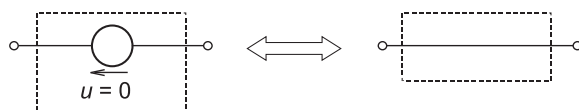
$$\begin{aligned} u_x &= u'_x + u''_x \\ i_y &= i'_y + i''_y. \end{aligned} \quad (5.1)$$

$u'_x$  a  $i'_y$  sú vyvolané účinkami zdroja  $u$ . Nájdeme ich tak, že v obvode položíme  $i = 0$  (obr. 5.2a).  $u''_x$  a  $i''_y$  sú vyvolané účinkami zdroja  $i$ , pri ich hľadaní v obvode vynulujeme zdroj  $u$  (obr. 5.2b).

*Vynulovaním zdroja* myslíme nastavenie jeho parametra na nulovú hodnotu. V prípade ideálneho zdroja napätia  $u$  vynulujeme jeho napätie,  $u = 0$ . Dostaneme teda dvojpól, na ktorom je nulové napätie bez ohľadu



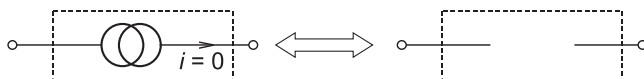
Obr. 5.2: Obvod s vynulovanými zdrojmi.



Obr. 5.3: Vynulovanie zdroja napätia.

na to, aký prúd ním preteká. Takýto dvojpól je ale svojim správaním ekvivalentný skratu (obr. 5.3). Zdroj napätia teda nahradíme dvojpólom s nulovým odporom.

V prípade ideálneho zdroja prúdu  $i$  vynulujeme jeho prúd, teda  $i = 0$ . Dostaneme teda dvojpól, ktorým tečie nulový prúd bez ohľadu na to, aké je na ňom napätie. Zdroj prúdu vynulujeme tak, že ho z obvodu vypustíme a úsek, v ktorom sa nachádzal, necháme otvorený. Zdroj prúdu teda nahradíme dvojpólom s nekonečným odporom - nulovou vodivosťou (obr. 5.4).



Obr. 5.4: Vynulovanie zdroja prúdu.

Pri nulovaní sme nahradili napätový zdroj skratom (úsekom s nulovým odporom) a prúdový zdroj rozpojeným úsekom (úsekom s nekonečným odporom). V oboch prípadoch teda môžeme tiež povedať, že zdroj sme nahradili jeho vnútorným odporom.

Ilustrujme využitie princípu superpozície na riešení konkrétnych úloh.

**Príklad 15** V obvode na obr. 5.5 sú dané parametre prvkov  $U_1 = 10\text{V}$ ,  $R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 5\Omega$ ,  $U_3 = 20\text{V}$ ,  $R_3 = 10\Omega$ . Použitím princípu superpozície vypočítajte prúdy  $I_1$ ,  $I_2$  a  $I_3$ .

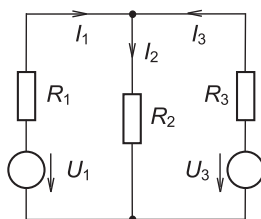
*Riešenie.*

V prvom kroku necháme v obvode pôsobiť len zdroj  $U_1$  (obvod 1 na obr. 5.5a), zdroj  $U_3$  sme vynulovali. Pomocou Ohmovho zákona vypočítame celkový prúd  $I'_1$  dodávaný do obvodu zdrojom

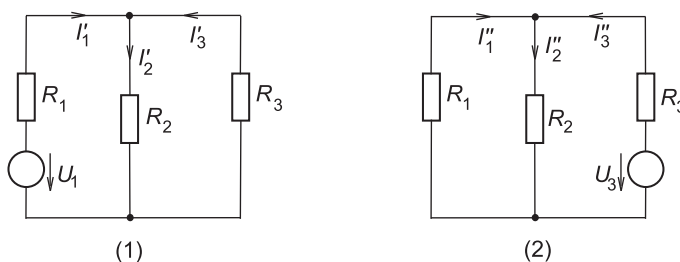
$$I'_1 = \frac{U_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = 0,75\text{A}.$$

Prúd  $I'_2$  vypočítame pomocou vzťahu pre odporový delič prúdu

$$I'_2 = I'_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 0,5\text{A},$$



Obr. 5.5:



Obr. 5.5a.

zvyšný prúd  $I'_3$  získame z rovnice 1. Kirchoffovho zákona

$$I'_3 = -I'_1 + I'_2 = -0,25\text{A}.$$

V druhom kroku necháme v obvode pôsobiť len zdroj  $U_3$ . Podobne, ako v predošlom kroku, najprv vypočítame celkový prúd  $I''_3$  dodávaný zdrojom  $U_3$

$$I''_3 = \frac{U_3}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = 1,5\text{A}.$$

Prúd  $I''_2$  vypočítame pomocou vzťahu pre odporový delič prúdu

$$I''_2 = I''_3 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1\text{A},$$

zvyšný prúd  $I''_1$  získame z rovnice 1. Kirchoffovho zákona

$$I''_1 = I''_2 - I''_3 = -0,5\text{A}.$$

Hľadané prúdy získame spočítaním príspevkov od jednotlivých zdrojov

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = 0,25\text{A}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 1,5\text{A}$$

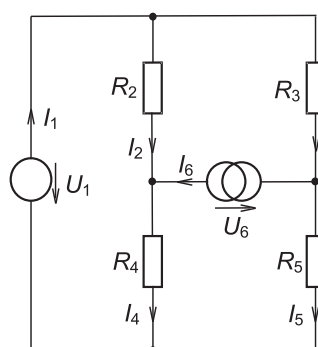
$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 1,25\text{A}$$

**Príklad 16** V obvode na obr. 5.6 sú dané parametre prvkov  $U_1 = 10\text{V}$ ,  $R_2 = 10\Omega$ ,  $R_3 = 40\Omega$ ,  $R_4 = 40\Omega$ ,  $R_5 = 10\Omega$ ,  $I_6 = 1\text{A}$ . Pomocou princípu superpozície vypočítajte prúdy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$  a napätie  $U_6$ .

*Riešenie.*

V prvom kroku vypočítame príspevky k jednotlivým prúdom a napätiu  $U_6$  od zdroja napätia  $U_1$ . Prúd zdroja  $I_6$  vynulujeme, teda namiesto zdroja  $I_6$  necháme rozpojené uzly (obr. 5.6a). Taktó nám vznikne jednoduchý sériovo-paralelný obvod napájaný jedným zdrojom. Pre prúdy platí

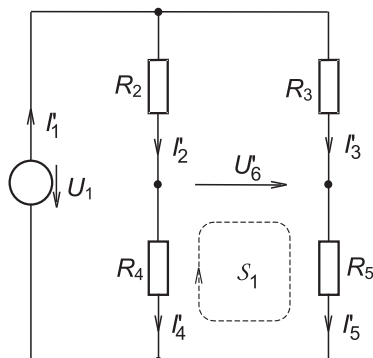
$$I'_2 = I'_4 = \frac{U_1}{R_2 + R_4} = 0,2\text{A},$$



Obr. 5.6: K zadaniu príkladu.

$$I'_3 = I'_5 = \frac{U_1}{R_3 + R_5} = 0,2\text{A},$$

$$I'_1 = I'_2 + I'_3 = 0,4\text{A}.$$

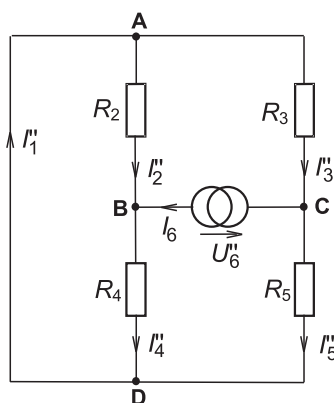


Obr. 5.6a.

Napišeme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku  $\mathcal{S}$

$$U'_6 + R_5 \cdot I'_5 - R_4 \cdot I'_4 = 0,$$

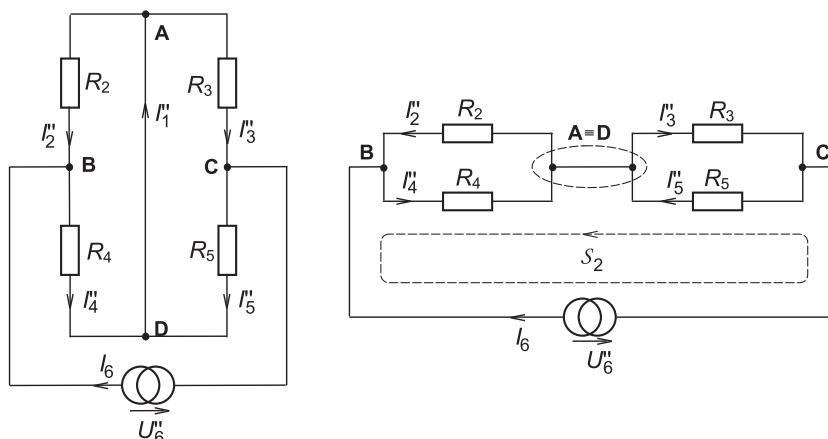
odtiaľ  $U'_6 = 6\text{V}$ .



Obr. 5.6b.

V druhom kroku vypočítame príspevky od zdroja prúdu  $I_6$ . Napätia zdroja  $U_1$  vynulujeme, je to ekvivalentné jeho nahradením skratom (obr. 5.6b). Aby bola sieť prehľadnejšia, prekreslíme ju (obr. 5.6c).

Pripomeňme, že aj keď sme zmenili priestorové usporiadanie jednotlivých prvkov, graf siete sa nezmenil, pretože graf je určený uzlami a systémom úsekov, ktoré ich prepájajú. Graf abstrahuje od priestorového usporiadania jeho prvkov.



Obr. 5.6c.

Pomocou vzťahu pre delič prúdu vypočítame prúdy  $I_3''$  a  $I_4''$

$$I_3'' = I_6 \cdot \frac{R_5}{R_3 + R_5} = 0,2\text{A},$$

$$I_4'' = I_6 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4} = 0,2\text{A}.$$

Z rovníc 1. Kirchhoffovho zákona vypočítame prúdy  $I_2''$  a  $I_5''$

$$I_2'' = I_4'' - I_6'' = -0,8\text{A}; \quad I_5'' = I_3'' - I_6'' = -0,8\text{A}$$

a podobne aj prúd  $I_1''$

$$I_1'' = I_2'' + I_3'' = -0,6\text{A}.$$

Napätie  $U_6''$  vypočítame pomocou 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku  $S$

$$U_6'' + R_5 \cdot I_5'' - R_4 \cdot I_4'' = 0,$$

odtiaľ  $U_6'' = 16\text{V}$ .

Výsledné riešenie získame ako súčet jednotlivých príspevkov.

$$I_1 = I_1' + I_1'' = -0,2\text{A}$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = -0,6\text{A}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 0,4\text{A}$$

$$I_4 = I_4' + I_4'' = 0,4\text{A}$$

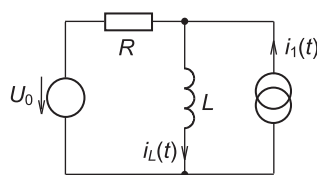
$$I_5 = I_5' + I_5'' = -0,6\text{A}$$

$$U_6 = U_6' + U_6'' = 22\text{V}$$

**Príklad 17** V obvode na obr. 5.7 je dané  $U_0 = 10\text{V}$ ,  $R = 10\Omega$ ,  $L = 100\text{mH}$ . Časový priebeh napätia zdroja prúdu je daný funkciou

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad [\text{A}], \quad \omega = 100\text{s}^{-1}.$$

Nájdite časový priebeh prúdu induktorom  $i_L(t)$ .



Obr. 5.7: K zadaniu príkladu 17.

*Riešenie.*

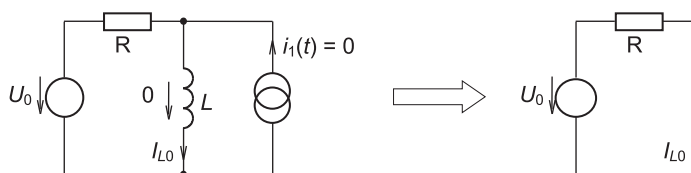
Všetky napätia a prúdy v obvode môžu mať vo všeobecnosti stacionárnu zložku ako dôsledok účinku stacionárneho zdroja napätia  $U_0$  a striedavú harmonickú zložku ako dôsledok účinku zdroja  $i_1(t)$ . Nie sú to teda ani stacionárne, ani harmonické funkcie. Pri riešení použijeme princíp superpozície – budeme hľadať účinky každého zdroja samostatne.

Vyjadríme hľadaný prúd  $i_L(t)$  ako súčet dvoch zložiek

$$i_L(t) = I_{L0} + i_{L1}(t),$$

kde  $I_{L0}$  je stacionárna zložka prúdu vyvolaná účinkom zdroja stacionárneho napätia  $U_0$ ,  $i_{L1}(t)$  je striedavá harmonická zložka vyvolaná účinkom zdroja harmonického prúdu  $i_1(t)$ .

V prvom kroku hľadáme  $I_{L0}$ . V obvode necháme pôsobiť len zdroj  $U_0$  a zdroj prúdu vynulujeme, teda  $i_1(t) = 0$  (obr. 5.7a). Vypustením zdroja  $i_1(t)$  hľadáme prúd v obvode v stacionárnom ustálenom stave. Prúd

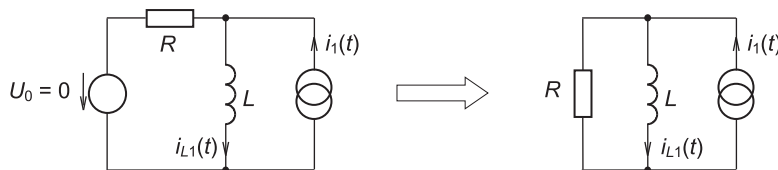


Obr. 5.7a.

$I_{L0}$  vypočítame z Ohmovho zákona

$$I_{L0} = \frac{U_0}{R} = 1\text{A}.$$

Pri hľadaní striedavej zložky  $i_{L1}(t)$  vynulujeme zdroj  $U_0$ . Obvod po takejto úprave je na obr. 5.7b.



Obr. 5.7b.

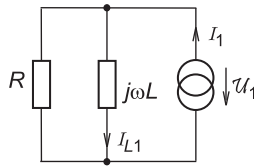
Výsledkom takejto úpravy je lineárna sieť, v ktorej pôsobí len zdroj harmonického prúdu. Znamená to, že všetky napätia a prúdy majú harmonický časový priebeh a pri riešení si môžeme pomôcť ich komplexným zobrazením (obr. 5.7c).

Na paralelnej kombinácii rezistora  $R$  a induktora  $L$  s impedanciami  $R$ , resp.  $j\omega L$  bude napätie s fázorom  $\mathcal{U}_1$

$$\mathcal{U}_1 = \mathcal{I}_1 \cdot \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L}.$$

Pre fázor prúdu  $\mathcal{I}_{L1}$  potom platí

$$\mathcal{I}_{L1} = \frac{\mathcal{U}_1}{j\omega L} = \mathcal{U}_1 \cdot \frac{R}{R + j\omega L} = e^{-j\frac{\pi}{4}}.$$



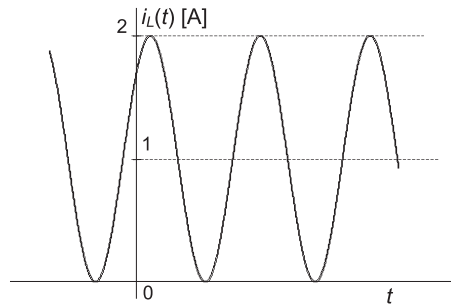
Obr. 5.7c.

Časový priebeh harmonickej zložky prúdu  $i_{L1}(t)$  je rovný reálnej zložke rotujúceho fázora  $\mathcal{I}_{L1}(t)$

$$i_1(t) = \Re(\mathcal{I}_{L1}(t)) = 1 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$

Hľadaný prúd získame ako súčet jednotlivých zložiek (obr. d)

$$i_L(t) = 1 + \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$



Obr. 5.7d.

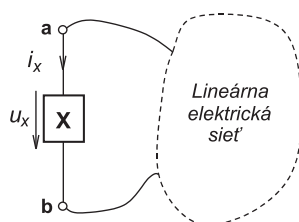
**Záver.** Pomocou princípu superpozície sa môžeme rozmeniť problém riešenia obvodu s  $N$  zdrojmi na  $N$  úloh riešenia siete obsahujúcej vždy len jeden zdroj. Úlohy takéhoto typu riešime zväčša postupným zjednodušovaním pasívnej časti siete a následným použitím vzťahov pre delič napätia, resp. prúdu. Vyhneme sa takým matematickým postupom, ako je riešenie veľkých sústav algebraických rovníc, na ktoré môžu v niektorých obvodoch viesť všeobecné metódy (slučkových prúdov, uzlových napätí). V takom prípade ale aplikácia princípu superpozície môže viesť na riešenie až toľkých samostatných úloh, koľko je zdrojov v sieti. Treba vždy preto zvážiť vhodnosť použitia tejto metódy.<sup>1</sup>

## 5.2 Náhradný aktívny dvojpól.

Uvažujme prípad zložitejšej lineárnej siete, ktorá obsahuje väčšie množstvo rôznych pasívnych prvkov a zdrojov. V predošlej kapitole sme uviedli dve všeobecné metódy hľadania napätí a prúdov v takejto sieti (metóda uzlových napätí, slučkových prúdov). Vlastnosťou týchto postupov je, že po výpočte uzlových napätí, resp. slučkových prúdov v obvode už ľahko získame ľubovoľné napätie, alebo prúd. Stupeň sústavy rovníc, ktorú musíme vyriešiť, závisí od zložitosti siete a môže byť v niektorých prípadoch veľký.

Predpokladajme, že z nejakého dôvodu nepotrebujeme poznať pomery v celom obvode, ale pozornosť je sústredená na jeden dvojpól (obr. 5.8). *Vyšetrovaný úsek* s dvojpólom  $\mathbf{X}$  je pripojený k lineárnemu elektrickému obvodu medzi uzly  $\mathbf{a}$  a  $\mathbf{b}$ . Zaujímať nás bude napätie  $u_x$  a prúd  $i_x$ .

<sup>1</sup>V obvodoch sa stacionárnymi napätiami a prúdmi sa princíp superpozície používa zriedkavo. Je využívaný hlavne v prípadoch, keď v lineárnom obvode naraz pracujú napríklad jednosmerné zdroje a zdroje harmonických napätí, resp. zdroje harmonických napätí s rôznymi frekvenciami.



Obr. 5.8: Vyšetrovaný úsek v elektrickej sieti.

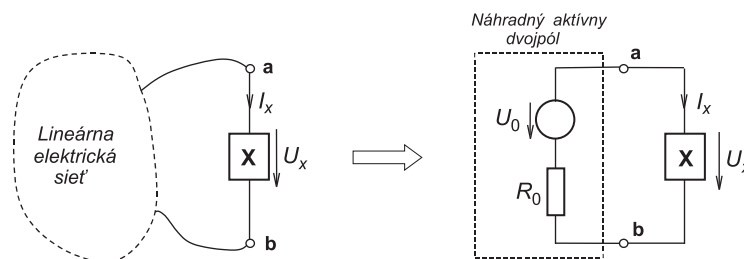
Predstavme si, že by sme vyšetrovaný úsek z obvodu vyňali a premiestnili ho do *náhradného* obvodu, ktorý je s pôvodným obvodom ekvivalentný vzhľadom na uzly **a** a **b**. V takom prípade bude vo vyšetrovanom úseku to isté napätie  $u_x$  a prúd  $i_x$ , ako v pôvodnej sieti. Ak bude mať náhradný obvod jednoduchú štruktúru, aj pomery vo vyšetrovanom úseku sa budú hľadať jednoduchšie. Otázkou je, ako nájsť takýto náhradný dvojpól – teda akú musí mať vnútornú štruktúru a ako vypočítať parametre prvkov, z ktorých sa skladá.

Každá lineárna stacionárna sieť sa dá vzhľadom na dvojicu jej ľubovoľných uzlov nahradiť ekvivalentným technickým napäťovým alebo prúdovým zdrojom. O týchto náhradách hovoria *vety o náhradnom aktívnom dvojpóle* – Théveninova a Nortonova veta. Pre jednoduchosť budeme ilustrovať vetu o náhradnom aktívnom dvojpóle na rezistívnych sieťach so stacionárnymi zdrojmi.

### 5.2.1 Théveninova veta.

Zjednodušene môžeme povedať, že Théveninova veta hovorí o náhrade siete technickým zdrojom napätia.

**Lineárna sieť môže byť vzhľadom na dvojicu uzlov nahradená ekvivalentným dvojpólom zloženým z ideálneho zdroja napätia a sériového rezistora.**



Obr. 5.9: Náhrada podľa Théveninovej vety.

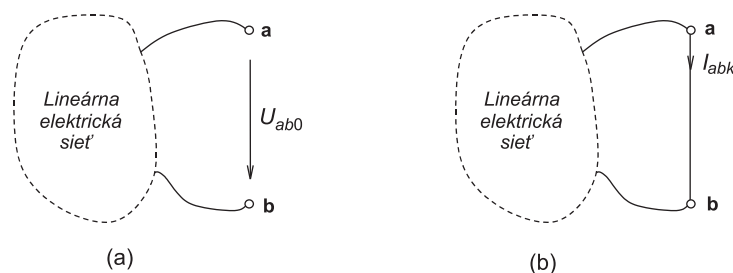
Takáto náhrada je znázornená na obr. 5.9. Úlohou je nájsť parametre náhradného dvojpólu  $u_0$  a  $R_0$  tak, aby bol vzhľadom na uzly **a** a **b** ekvivalentný pôvodnej sieti. Pôvodná sieť a náhradný dvojpól musia mať teda vzhľadom na tieto dva uzly rovnaké voltampérové charakteristiky. Na to, aby sme vedeli určiť parametre prvkov technického napäťového zdroja, stačí poznať dva body jeho charakteristiky – nech sú to napríklad body zodpovedajúce stavu naprázdno a stavu nakrátko .

Pri hľadaní náhradného aktívneho dvojpólu postupujeme nasledovne:

1. Z pôvodnej siete vyjmeme vyšetrovaný úsek.
2. Vypočítame napätie naprázdno  $U_{ab0}$  medzi uzlami **a** a **b** (obr. 5.10a). Pre napätie zdroja  $U_0$  náhradného dvojpólu potom platí

$$U_0 = U_{ab0}$$





Obr. 5.10: Určenie parametrov náhradného dvojpólu.

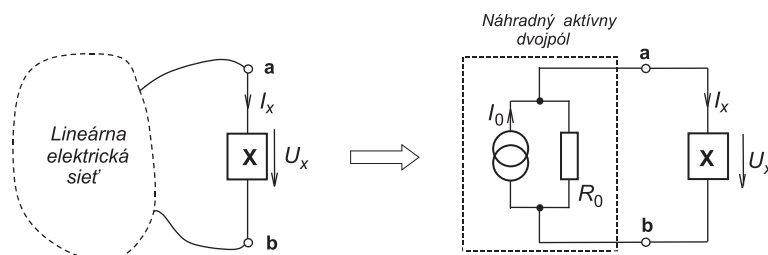
3. V pôvodnej sieti vzájomne vyskratujeme uzly **a** a **b** (obr. 5.10b) a vypočítame prúd nakrátko  $I_{abk}$ . Pre vnútorný odpor  $R_0$  náhradného dvojpólu platí

$$R_0 = \frac{U_{ab0}}{I_{abk}}.$$

### 5.2.2 Nortonova veta.

Nortonova veta hovorí o možnosti náhrady lineárnej siete technickým zdrojom prúdu.

**Lineárna sieť môže byť vzhľadom na dvojicu uzlov nahradená ekvivalentným dvojpólom zloženým z ideálneho zdroja prúdu a paralelného rezistora.**



Obr. 5.11: Náhrada podľa Nortonovej vety.

Náhrada je znázornená na obr. 5.11. Úlohou je nájsť parametre náhradného dvojpólu  $I_0$  a  $R_0$  tak, aby bol vzhľadom na uzly **a** a **b** ekvivalentný pôvodnej sieti. Vyšteríme znova voltampérovú charakteristiku pôvodnej siete vzhľadom na túto dvojicu uzlov v dvoch bodoch.

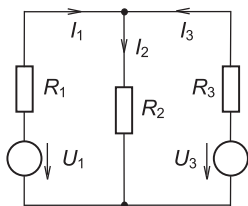
1. Z pôvodnej siete vyjmeme vyšetrovaný úsek.
2. Vzájomne vyskratujeme uzly **a** a **b** (obr. 5.10b) a vypočítame prúd nakrátko  $I_{abk}$ . Pre prúd zdroja  $I_0$  náhradného dvojpólu potom platí

$$I_0 = I_{abk}.$$

3. Vypočítame napätie naprázdno  $U_{ab0}$  medzi uzlami **a** a **b** (obr. 5.10a). Pre vnútorný odpor  $R_0$  náhradného dvojpólu platí

$$R_0 = \frac{U_{ab0}}{I_{abk}}.$$

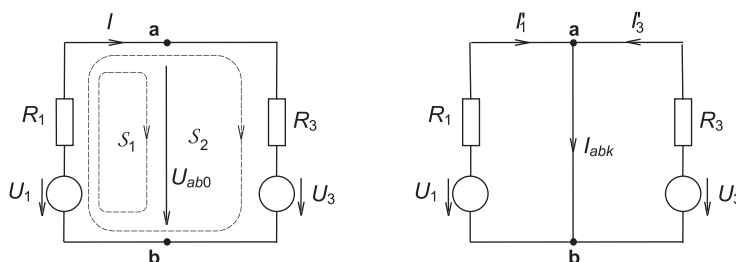
Ilustrujme výpočet parametrov a použitie náhradného dvojpólu podľa Théveninovej aj Nortonovej vety na príklade.



Obr. 5.12: K zadaniu príkladu 18.

**Príklad 18** V stacionárnej sieti na obr 5.12 vypočítajte pomocou metódy náhradného aktívneho dvojpólu prúd  $I_2$ .  $U_1 = 10\text{V}$ ,  $U_3 = 20\text{V}$ ,  $R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 5\Omega$ ,  $R_3 = 20\Omega$ .

Riešenie.



Obr. 5.12a.

Zo siete vyjmeme vyšetrovaný úsek a vyšetříme stav naprázdno a nakrátko (obr. 5.12a). V obvode s rozpojenými uzlami **a** a **b** napíšeme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku  $S_1$

$$I \cdot (R_1 + R_3) - U_1 + U_3 = 0,$$

odtiaľ

$$I = \frac{U_1 - U_3}{R_1 + R_3} = -0,5\text{A}.$$

Z rovnice pre slučku  $S_1$  získame napätie  $U_{ab0}$

$$U_{ab0} = U_1 - I \cdot R_1 = 15\text{V}.$$

V obvode v stave nakrátko najprv vypočítame prúdy  $I'_1$  a  $I'_3$

$$I'_1 = \frac{U_1}{R_1}; \quad I'_3 = \frac{U_3}{R_3}.$$

Prúd  $I_{abk}$  získame z rovnice 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol **a**

$$I_{abk} = I'_1 + I'_3 = 3\text{A}.$$

Náhradné obvody sú na obr. 5.12b.

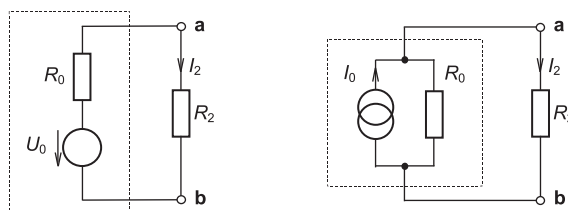
$$U_0 = U_{ab0}; \quad I_0 = I_{abk}; \quad R_0 = \frac{U_{ab0}}{I_{abk}} = 5\Omega$$

Prúd  $I_2$  môžeme vypočítať v ľubovoľnom z nich. V prípade náhrady podľa Théveninovej vety použijeme vzťah pre delič napätia

$$I_2 = \frac{U_0}{R_0 + R_2} = 1,5\text{A}.$$

V náhradnom obvode podľa Nortonovej vety je výhodné použiť vzťah pre delič prúdu

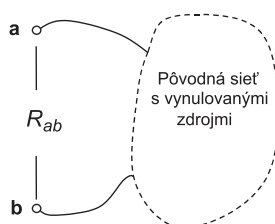
$$I_2 = I_0 \cdot \frac{R_0}{R_0 + R_2} = 1,5\text{A}.$$



Obr. 5.12b.

### 5.2.3 Výpočet vnútorného odporu pomocou vynulovania zdrojov.

Pri hľadaní parametrov náhradného dvojpólu sme museli pri použití Théveninovej aj Nortonovej vety vždy hľadať v pôvodnej sieti napätie naprázdno  $u_{ab0}$ , aj prúd nakrátko  $i_{abk}$ . Z ich pomeru sme v oboch prípadoch získali vnútorný odpor  $R_0$ .



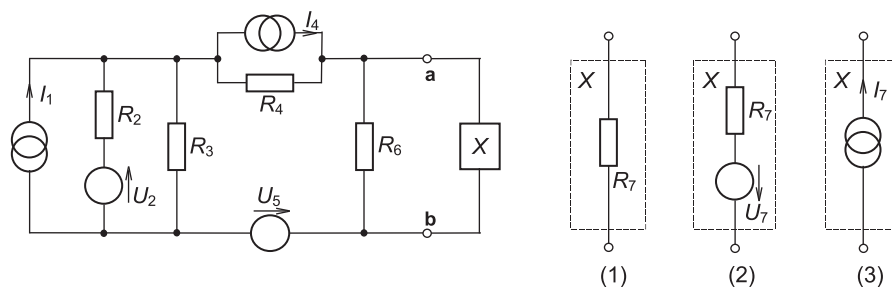
Obr. 5.13: Výpočet vnútorného odporu siete.

Pokiaľ nahradzovaná sieť neobsahuje riadené zdroje, vnútorný odpor  $R_0$  však môžeme získať aj iným spôsobom. V pôvodnej sieti po vyňatí vyšetřovaného úseku vynulujeme všetky zdroje. Oстане nám pasívna sieť, v ktorej vypočítame odpor  $R_{ab}$  medzi uzlami **a** a **b** (obr. 5.13). Pre vnútorný odpor  $R_0$  potom platí

$$R_0 = R_{ab}.$$

Na určenie náhradného dvojpólu potom stačí už vypočítať iba napätie naprázdno  $U_{ab0}$  v prípade použitia Théveninovej vety, resp. prúdu nakrátko  $I_{abk}$  v prípade Nortonovej vety.

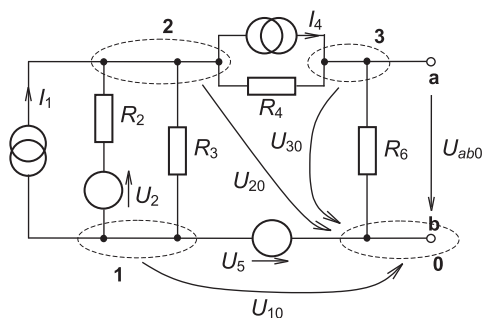
**Príklad 19** V stacionárnom obvode na obr. 5.14 sú dané hodnoty prvkov  $I_1 = 1\text{A}$ ,  $U_2 = 5\text{V}$ ,  $R_2 = 10\Omega$ ,  $R_3 = 10\Omega$ ,  $I_4 = 0,5\text{A}$ ,  $R_4 = 5\Omega$ ,  $U_5 = 5\text{V}$ ,  $R_6 = 10\Omega$ . Vypočítajte napätie  $U_x$  dvojpólu **X** pre jednotlivé prípady (1), (2), (3). Pri výpočte použite Théveninovu aj Nortonovu vetu.



Obr. 5.14: K zadaniu príkladu 19.

*Riešenie.*

Na obr. 5.14a je sieť po vyňatí úseku s vyšetřovaným dvojpólom **X**. Najprv budeme hľadať pre takúto sieť ekvivalentný náhradný dvojpól podľa Théveninovej vety.



Obr. 5.14a.

Z hľadiska počtu úsekov a počtu uzlov sa pre hľadanie napätia naprázdno  $U_{ab0}$  javí ako najvýhodnejšia metóda uzlových napätí. Po voľbe referenčného uzla a zavedení uzlových napätí vidíme, že jedno z uzlových napätí je známe

$$U_{10} = U_5$$

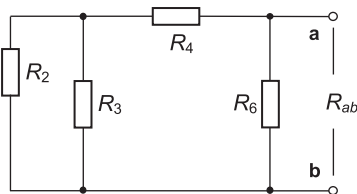
a hľadané napätie naprázdno  $U_{ab0}$  je priamo rovné jednému z uzlových napätí

$$U_{ab0} = U_{30}.$$

Pre neznáme uzlové napätia  $U_{20}$  a  $U_{30}$  zostavíme sústavu rovníc

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{20} \\ U_{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 - \frac{U_2}{R_2} - I_4 \\ I_4 \end{pmatrix}.$$

Dôležité je pre nás uzlové napätie  $U_{30}$ . Riešením získame  $U_{30} = 5\text{V}$ .



Obr. 5.14b.

Sieť po vynulovaní zdrojov je na obr. 5.14b. Musíme vypočítať celkový odpor  $R_{ab}$  medzi uzlami **a** a **b**. Rezistory sú zapojené sériovo–paralelne, pre celkový odpor  $R_{ab}$  platí

$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}},$$

odtiaľ  $R_{ab} = 5\Omega$ .

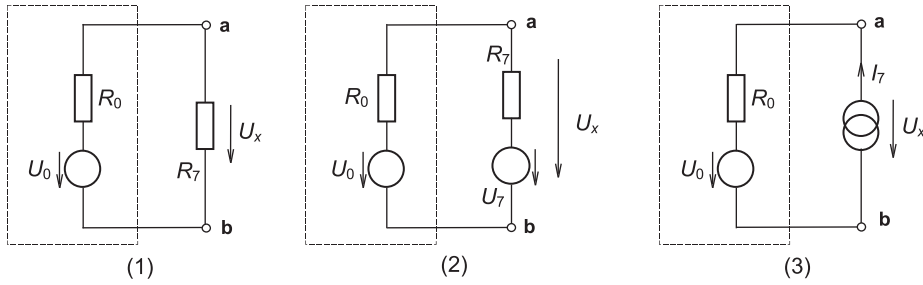
Na obr. 5.14c sú jednotlivé prípady dvojpólu **X** pripojeného na náhradný dvojpól. Vidíme, že v takomto obvode už nie je problém rýchlo nájsť riešenie.

V prípade (1) vypočítame prúd  $I_x$  a napätie  $U_x$  pomocou Ohmovho zákona

$$I_x = \frac{U_0}{R_0 + R_7} = 0,25\text{A}; \quad U_x = R_7 \cdot I_x = 3,75\text{V}.$$

Pre slučku tvorenú obvodomými prvkami v prípade (2) napíšeme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona

$$-U_0 + R_0 \cdot I_x + R_7 \cdot I_x + U_7 = 0,$$



Obr. 5.14c.

odtiaľ

$$I_x = \frac{U_0 - U_7}{R_0 + R_7} = -1\text{A}; \quad U_x = R_7 \cdot I_x + U_7 = 10\text{V}.$$

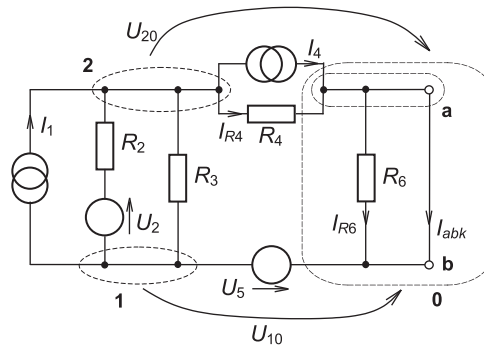
V prípade (3) je prúd  $I_x$  priamo daný prúdom zdroja prúdu  $I_7$

$$I_x = I_7 = -1\text{A},$$

napätie  $U_x$  získame pomocou rovnice 2. Kirchoffovho zákona

$$U_x = U_0 - R_0 \cdot I_x = 10\text{V}.$$

Nájďme ďalej náhradný aktívny dvojpól podľa Nortonovej vety. Musíme vypočítať prúd nakrátko  $I_{abk}$  medzi uzlami **a** a **b** (obr. 5.14d). Na jeho výpočet znova použijeme metódu uzlových napätí.



Obr. 5.14d.

Uzlové napätie  $U_{10}$  poznáme, napätie  $U_{20}$  vypočítame z rovnice

$$\left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \cdot U_{20} = I_1 - \frac{U_2}{R_2} + I_4 + \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot U_5.$$

Riešením získame  $U_{20} = 2,5\text{V}$ .

Napišme rovnicu 1. Kirchoffovho zákona pre uzol **a**

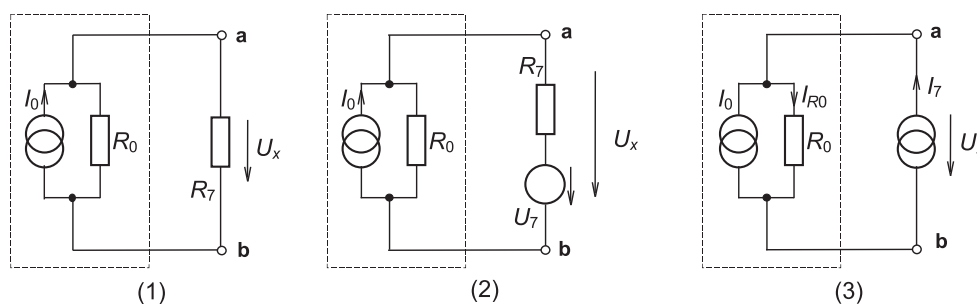
$$\mathbf{a} : -I_4 - I_{R4} + I_{R6} + I_{abk} = 0.$$

Rezistor  $R_6$  je premostený skratom. Nie je na ňom žiadne napätie, teda  $I_{R6} = 0$ . Prúd  $I_{R4}$  vypočítame pomocou Ohmovho zákona

$$I_{R4} = \frac{U_{20}}{R_4},$$

pre prúd  $I_{abk}$  teda platí

$$I_{abk} = I_4 + I_{R4} = 1\text{A}.$$



Obr. 5.14e.

Odpor  $R_0$  už poznáme,  $R_0 = 5\Omega$ .

Náhradný obvod podľa Nortonovej vety je pre jednotlivé prípady na obr. 5.14e. Vypočítame napätie  $U_x$  a prúd  $I_x$  pre jednotlivé prípady. V prípade (1) použijeme na výpočet prúdu  $I_x$  vzťah pre odporový delič prúdu

$$I_x = I_0 \cdot \frac{R_0}{R_0 + R_7} = 0,25\text{A},$$

napätie  $U_x$  vypočítame pomocou Ohmovho zákona

$$U_x = R_7 \cdot I_x = 3,75\text{V}.$$

Pri hľadaní napätia  $U_x$  v prípade (2) môžeme použiť metódu uzlových napätí. Budeme považovať neznáme napätie  $U_x$  za uzlové napätie, pre ktoré vieme napísať rovnicu

$$U_x \cdot \left( \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_7} \right) = I_0 + \frac{U_7}{R_7}.$$

Jej riešením získame  $U_x = 10\text{V}$ .

V prípade (3) vypočítame pomocou 1. Kirchhoffovho zákona prúd  $I_{R_0}$  rezistorom  $R_0$

$$I_{R_0} = I_0 + I_7 = 2\text{A},$$

pomocou Ohmovho zákona získame napätie  $U_x$

$$U_x = R_0 \cdot I_{R_0} = 10\text{V}.$$

**Poznámka 1:** Na tomto príklade vidíme, že po náhrade pomerne zložitej siete ekvivalentným náhradným dvojpólom sa následné hľadanie neznámych veličín vo vyšetrovanom úseku zjednoduší. Treba ešte poznamenať, že existujú aj ďalšie spôsoby hľadania parametrov náhradného dvojpólu. Stačí sa vrátiť do príkladu v kapitole pojednávajúcej o zdrojoch. Sieť sa dá vzhľadom na dvojicu uzlov zmeniť na ekvivalentný technický napäťový (prúdový) zdroj napríklad aj pomocou ich vzájomných konverzií.

**Poznámka 2:** Vety o náhradnom aktívnom dvojpóle sa dajú podobne sformulovať aj pre lineárny obvod v harmonickom ustálenom stave popísaný pomocou komplexného zobrazenia harmonických veličín.

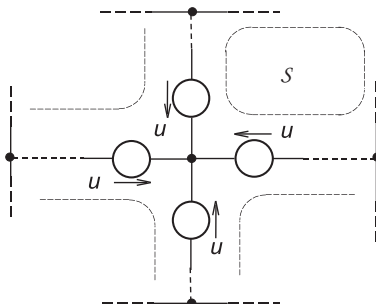
### 5.3 Vety o vkladaní zdrojov.

Pomocou vety o vkladaní zdrojov je možné zmeniť štruktúru siete (napríklad "premiestniť" zdroj do iného úseku siete). Zmenená sieť môže byť jednoduchšia – v porovnaní s pôvodnou môže obsahovať menší počet uzlov, resp. slučiek.

### 5.3.1 Vkladanie ideálnych zdrojov napätia.

Prúdy v jednotlivých úsekoch obvodu sa nezmenia, ak v ľubovoľnom uzle do každého úseku s ním incidujúcim zaradíme napätový zdroj rovnakej veľkosti a orientácie.

Situácia je znázornená na obr. 5.15. Aj po takomto vložení zdrojov v zmenenom obvode ostanú zachované

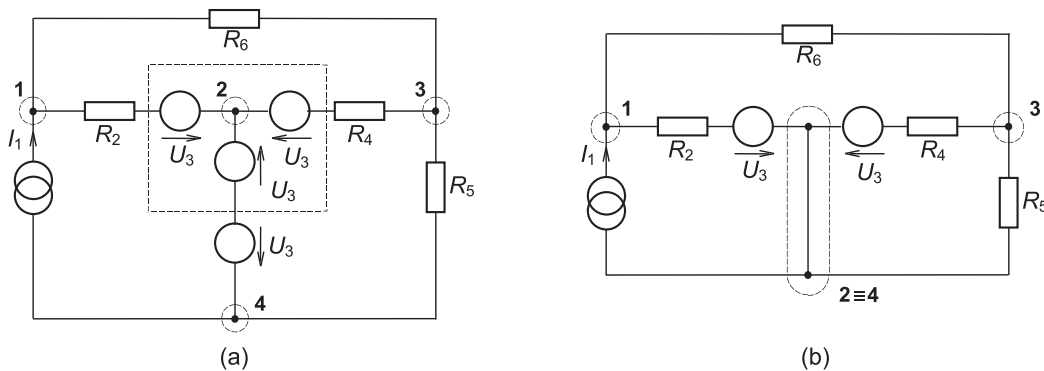


Obr. 5.15: Vkladanie ideálnych zdrojov napätia.

všetky rovnice 2. Kirchhoffovho zákona. Ak slučka, pre ktorú píšeme takúto rovnicu pôjde cez dotknutý uzol, v rovnici pribudne napätie  $u$  dvakrát – raz s kladným a raz so záporným znamienkom

$$S : \dots + u - u = 0.$$

Rovnica sa teda nezmení. V takomto obvode ostanú zachované všetky tetivové prúdy a teda aj všetky vetvové prúdy. Možno teda povedať, že zmenený obvod je s pôvodným ekvivalentný v zmysle prúdov.

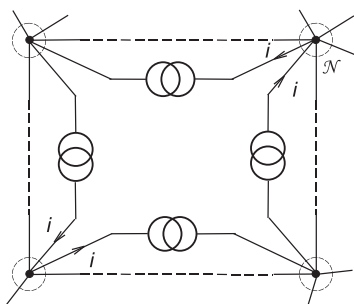


Obr. 5.16: Sieť po vložení napätových zdrojov.

Vkladaním ideálnych zdrojov napätia sa v obvode dá znížiť počet uzlov. Taktiež je možné "premiestniť" ideálny napätový zdroj do iného úseku. Ilustrujme to na sieti na obr. 5.16. Do všetkých úsekov vychádzajúcich z uzla **2** vložíme zdroj s napätím  $U_3$  tak, aby úseku kompenzoval pôvodný zdroj  $U_3$ . Dôsledkom je, že medzi uzlami **2** a **4** je úsek s nulovým napätím, teda skrat. Takto sme dva uzly stotožnili do jedného.

### 5.3.2 Vkladanie ideálnych zdrojov prúdu.

Napätia medzi jednotlivými uzlami obvodu sa nezmenia, ak ku každému úseku (medzi dvojicou uzlov) vo vybranej slučke pripojíme paralelne rovnako veľké a rovnako orientované zdroje prúdu.



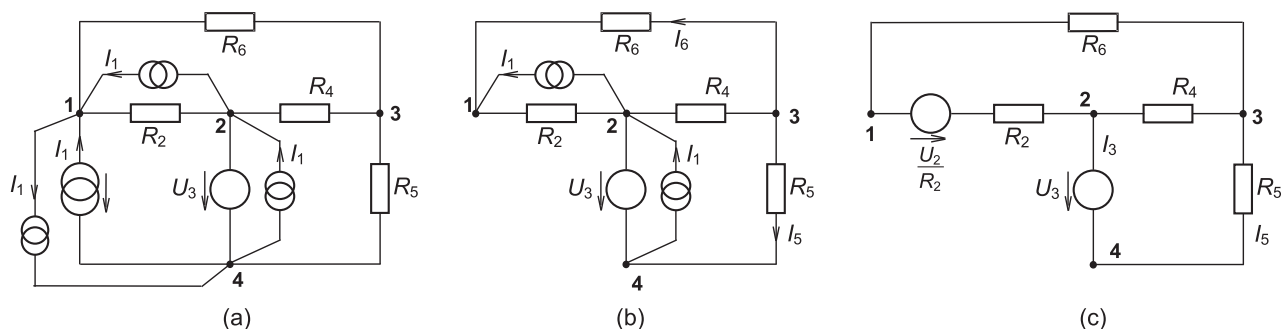
Obr. 5.17: Vkladanie ideálnych zdrojov prúdu.

Situácia je znázornená na obr. 5.17. Aj po vložení zdrojov prúdu ostanú v zmenenom obvode zachované všetky rovnice 1. Kirchoffovho zákona. Ak je uzol, pre ktorý píšeme takúto rovnicu dotknutý vloženými zdrojmi, v rovnici pribudne prúd  $i$  dvakrát – raz s kladným a raz so záporným znamienkom

$$\mathcal{N} : \dots + i - i = 0.$$

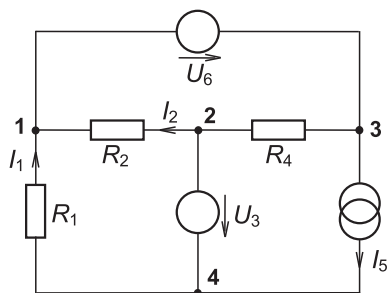
Znamená to, že v takomto obvode ostanú zachované všetky vetvové napätia a teda aj napätia na všetkých tetivách. Možno teda povedať, že *zmenený obvod je s pôvodným ekvivalentný v zmysle napätí*.

Vkladaním ideálnych zdrojov prúdu sa dá v obvode zmeniť počet úsekov a teda počet slučiek. Taktiež je možné v obvode "premiestniť" ideálny prúdový zdroj. Príklad je ilustrovaný na obr. 5.18. Do obvodu sme



Obr. 5.18: Sieť po vložení prúdových zdrojov.

vložili ideálne zdroje prúdu do slučky tvorenej uzlami **1** – **2** – **4** tak, aby sa vykompenzoval zdroj  $I_1$  zapojený medzi uzlami **1** a **2** (obr. 5.18a). Upravená sieť (obr. 5.18b) sa dá ďalej zjednodušiť (obr. 5.18c) – aj po úprave v nej ostanú zachované napätia medzi jednotlivými uzlami.

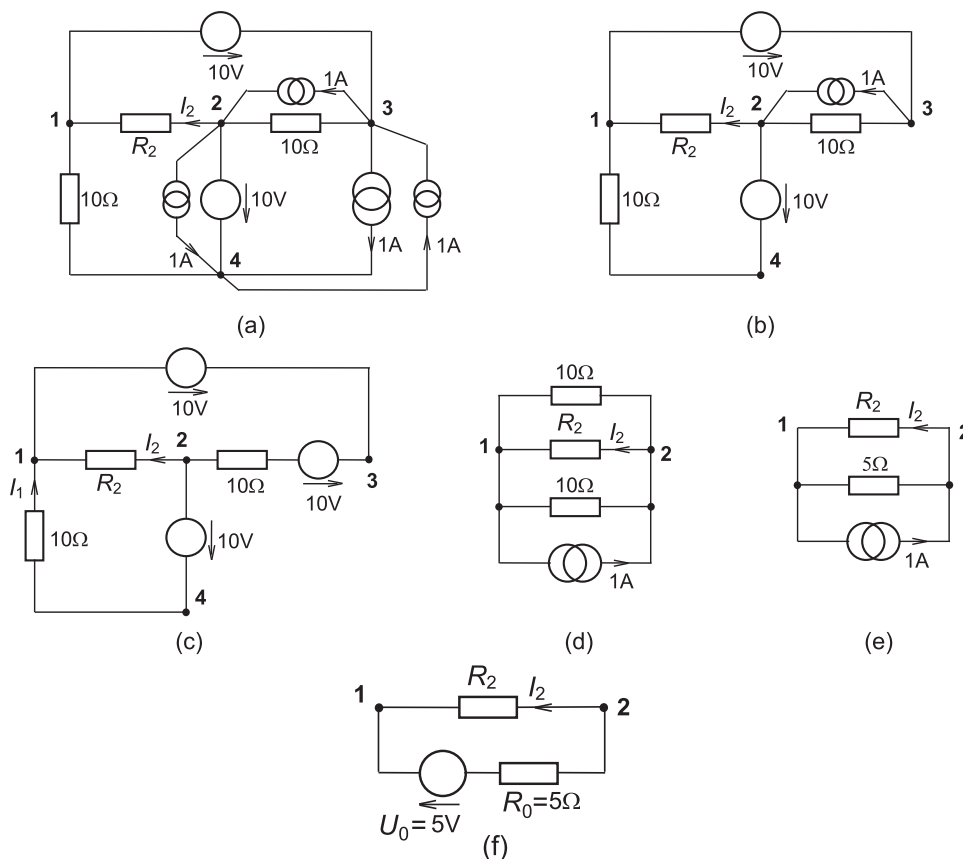


Obr. 5.19: K príkladu 20.



**Príklad 20** V obvode na obrázku je dané  $R_1 = 10\Omega$ ,  $R_2 = 20\Omega$ ,  $U_3 = 10V$ ,  $R_4 = 10\Omega$ ,  $I_5 = 1A$ ,  $U_6 = 10V$ . Zjednodušte sieť tak, aby vzhľadom na rezistor  $R_2$  tvorila jednu slučku a vypočítajte prúd  $I_2$ .

**Riešenie.** Paralelne k úsekom slučky tvorenej uzlami **2 – 3 – 4** vložíme ideálne zdroje prúdu tak aby sme vykompenzovali zdroj  $I_5$  (obr. a). Prítomnosť ideálneho zdroja prúdu zapojeného paralelne k zdroju napätia



$U_3$  nezmení napätie medzi uzlami **2** a **4**, teda ho zo zapojenia môžeme vynechať (obr. b). Zdroje napätia medzi uzlami **1 – 3** a **2 – 3** (obr. c) sa navzájom vykompenzujú. Zdroj napätia so sériovým rezistorom medzi uzlami **1 – 2** nahradíme zdrojom prúdu s paralelným rezistorom (obr. d). Po zlúčení paralelných rezistorov (obr. e) a konverzii prúdového zdroja na napäťový dostaneme obvod požadovaného tvaru (obr. f).

V zjednodušenej sieti vypočítame prúd  $I_2$  už ľahko

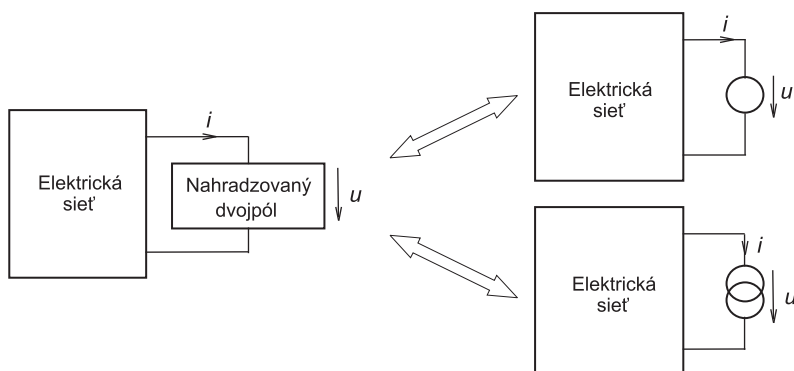
$$I_2 = \frac{U_0}{R_0 + R_2} = 0,2A$$

## 5.4 Princíp kompenzácie.

Princíp kompenzácie sa nazýva tiež *princíp substitúcie*. Dá sa sformulovať nasledovne:

**Pomery v obvode sa nezmenia, ak ktorýkoľvek dvojpól nahradíme ideálnym zdrojom napätia alebo ideálnym zdrojom prúdu s napätím, resp. prúdom rovným príslušnej veličine pasívneho prvku.**

Situácia je ilustrovaná na obr. 5.20.



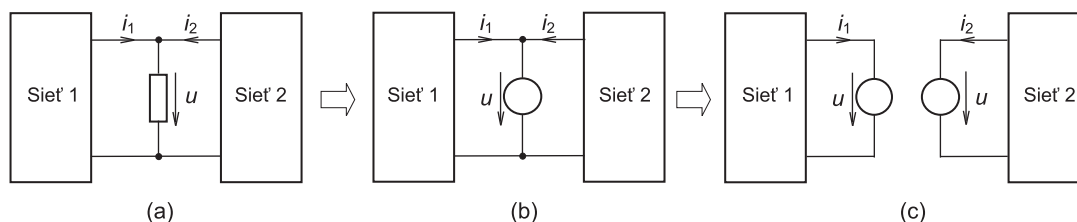
Obr. 5.20: Princíp kompenzácie.

Platnosť tohoto princípu je založená na fakte, že rovnice Kirchhoffových zákonov ostávajú po náhrade dvojpólu zdrojom zachované.

Pri náhrade prvku obvodu ideálnym zdrojom treba dodržiavať určité zásady:

- Nahradzovaným prvkom nesmieme byť prvok, ktorý je vstupom pre riadiacu veličinu iného riadeného zdroja.
- Treba sa uistiť, že aj po náhrade prvku ideálnym zdrojom sa v sieti dá nájsť pravý strom.

Princíp kompenzácie môže byť užitočný napríklad na separáciu siete na dve nezávislé časti. Uvažujme prípad, že elektrická sieť má dve časti, ktoré navzájom súvisia iba prostredníctvom jedného dvojpólu (obr. 5.21a). Takýto dvojpól nahradíme napäťovým zdrojom  $u$  (obr. 5.21b). Ten nahradíme dvoma a sústavu rozdelíme (obr. 5.21c). Pomery v obidvoch sieťach ostanú zachované. Takéto rozdelenie formálne umožní analyzovať každú sieť samostatne.



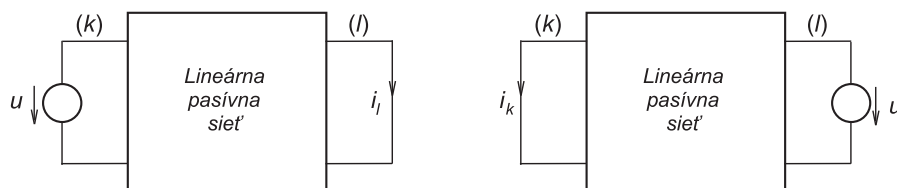
Obr. 5.21: Separácia častí siete pomocou princípu kompenzácie.

## 5.5 Princíp reciprocity.

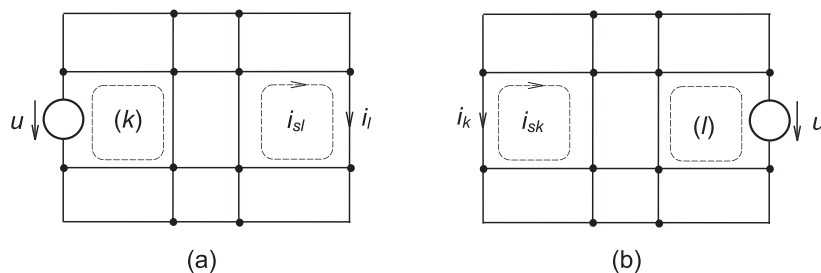
Princíp reciprocity je obmedzený na lineárne siete, v ktorých pôsobí len jeden zdroj. Dá sa sformulovať nasledovne:

**Ak ideálny zdroj napätia  $u$  zapojený v  $k$ -tom úseku obvodu vytvorí v  $l$ -tom úseku prúd  $i$ , potom ten istý zdroj zapojený v  $l$ -tom úseku vyvolá v  $k$ -tom úseku ten istý prúd  $i$ .**

Situácia je znázornená na obr 5.22.



Obr. 5.22: K princípu reciprocity.



Obr. 5.23: K dôkazu princípu reciprocity.

Takúto vlastnosť majú všetky obvody zložené z lineárnych pasívnych prvkov a pri nulových počiatočných podmienkach.

Princíp reciprocity sa dá dokázať pomocou metódy slučkových prúdov. Predpokladajme, že slučkové prúdy sú zavedené okami siete a zdroj  $u$  je súčasťou  $k$ -tej slučky (obr. 5.23a). Vyšetrujeme prúd  $i_l$ , ktorý je totožný so slučkovým prúdom  $l$ -tej slučky. Pre slučkové prúdy  $i_{s1}, i_{s2}, \dots, i_{sn}$  napíšeme sústavu rovníc

$$\left( \begin{array}{cccc|c} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1n} & 0 \\ & \dots & & & 0 \\ R_{k1} & R_{k2} & \dots & R_{kn} & U \\ & \dots & & & 0 \\ R_{n1} & R_{n2} & \dots & R_{NN} & 0 \end{array} \right) \quad (5.2)$$

Determinant sústavy je

$$D = \begin{vmatrix} R_{11} & \dots & R_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{N1} & \dots & R_{NN} \end{vmatrix} \quad (5.3)$$

Determinant sústavy  $D$  sa nezmení, nech je zdroj  $u$  v sieti umiestnený kdekoľvek.

Pomocou slučkového prúdu  $i_{sl}$  vypočítame prúd  $i_l$

$$i_l = i_{sl} = \frac{D_l}{D}, \quad (5.4)$$

kde

$$D_l = \begin{vmatrix} R_{11} & \dots & 0 & \dots & R_{1n} \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ R_{k1} & \dots & u & \dots & R_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & \dots & 0 & \dots & R_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{(k+l)} \cdot M_{kl} \cdot u, \quad (5.5)$$

kde  $M_{kl}$  je subdeterminant po vyňatí  $k$ -teho riadku a  $l$ -teho stĺpca matice sústavy.

Umiestnime zdroj  $u$  do  $l$ -tej slučky (obr. 5.23b) a vypočítame prúd v  $k$ -tej slučke

$$i_k = -i_{sk} = -\frac{D_k}{D}, \quad (5.6)$$

pričom

$$D_k = \begin{vmatrix} R_{11} & \dots & 0 & \dots & R_{1n} \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ R_{l1} & \dots & -u & \dots & R_{ln} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{n1} & \dots & 0 & \dots & R_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{(k+l)} \cdot M_{lk} \cdot (-u). \quad (5.7)$$

(k)

kde  $M_{lk}$  je subdeterminant po vyňatí  $l$ -teho riadku a  $k$ -teho stĺpca matice sústavy. Matica sústavy rovníc pre slučkové prúdy je symetrická

$$R_{ij} = R_{ji} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (5.8)$$

teda platí aj

$$M_{kl} = M_{lk}. \quad (5.9)$$

Tým je princíp reciprocity dokázaný.

Reciprocita obvodu súvisí s charakterom prenosu signálu elektrickým zariadením. Ak je zapojenie recipročné, bude charakter prenosu signálu rovnaký v smere vstup–výstup, ako aj v smere opačnom (z výstupu na vstup). Takto sa správajú rôzne filtre, útlmové a prispôsobovacie články poskladané z lineárnych pasívnych prvkov.

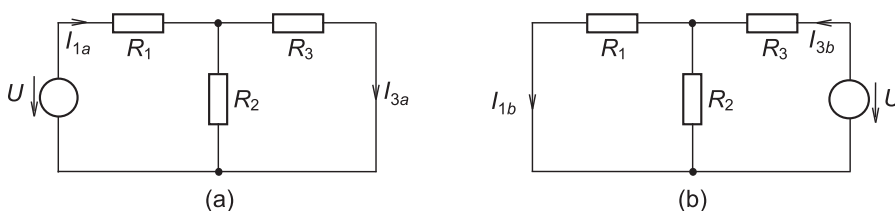
Princíp reciprocity vo všeobecnosti neplatí v obvodoch, v ktorých sa vyskytujú riadené zdroje. Príkladom je linearizovaný model tranzistora alebo operačného zosilňovača. Zapojenia s takýmito prvkami nie sú recipročné. Sami cítíme, že nemá význam pripojiť signál na výstup zosilňovača a čakať, že sa nejakým významom a definovane preniesie na vstup.

**Poznámka 1:** Každá recipročná sieť má symetrickú maticu pre slučkové prúdy.

**Poznámka 2:** Podobným spôsobom samozrejme môžeme sformulovať princíp reciprocity pre pasívny lineárny obvod v harmonickom ustálenom stave pomocou komplexného zobrazenia harmonických veličín.

**Poznámka 3:** Princíp reciprocity platí aj v obvodoch napájaných prúdovým zdrojom. Dôkaz je jednoduchý – stačí pomocou kompenzácie prúdový zdroj nahradiť napäťovým.

**Príklad 21** Overte, že v sériovo–paralelnom obvode (obr. 5.24) na obrázku platí princíp reciprocity.



Obr. 5.24: Sériovo–paralelný obvod.

**Riešenie.** Zdroj napätia  $u$  v 1. úseku obvodu vyvolá v 3. úseku prúd  $I_{3a}$  (obvod a). Pre celkový prúd odoberaný zo zdroja platí

$$I_{1a} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1} \cdot U.$$

Prúd  $I_{3a}$  vypočítame pomocou vzťahu pre dvojramenný odporový delič prúdu

$$I_{3a} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_{1a} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1} \cdot U$$

Podobným postupom vypočítame prúd v 1. úseku obvodu  $I_{3b}$  vyvolaný zdrojom napätia  $u$  umiestneným v 3. úseku (obvod b)

$$I_{3b} = \frac{U}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1} \cdot U$$

$$I_{1b} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{3b} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1} \cdot U$$

Vidíme, že skutočne platí

$$I_{3a} = I_{1b}.$$

## 5.6 Princíp úmernosti.

Prúd ľubovoľným úsekom lineárnej pasívnej siete napájanej jedným zdrojom je priamo úmerný výstupnému napätiu (prúdu) tohoto zdroja.

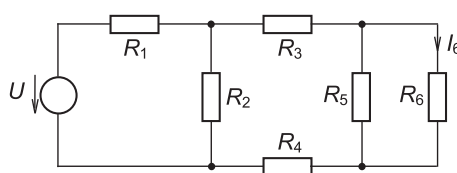
Uvažujme obvod na obr. 5.22, na ktorom budeme ilustrovať princíp úmernosti. Prúdy  $i_k$ , resp.  $i_l$  sú dané rovnicami (5.4), resp. (5.6). Dosadíme do nich za príslušné determinanty  $D_k$ , resp.  $D_l$ .

$$i_l = i_{sl} = \frac{(-1)^{(k+l)} \cdot M_{kl}}{D} \cdot u \quad (5.10)$$

$$i_k = i_{sl} = \frac{(-1)^{(k+l)} \cdot M_{lk}}{D} \cdot u \quad (5.11)$$

V oboch prípadoch skutočne platí, že prúd  $i_k$ , resp.  $i_l$  je priamo úmerný napätiu budiaceho zdroja  $u$

**Príklad 22** V obvode na obr. 5.25 sú dané parametre prvkov  $R_1 = 8\Omega$ ,  $R_2 = 20\Omega$ ,  $R_3 = 8\Omega$ ,  $R_4 = 10\Omega$ ,  $R_5 = 20\Omega$ ,  $R_6 = 30\Omega$ ,  $U = 25\text{V}$ . Nájdite prúd  $I_6$ .

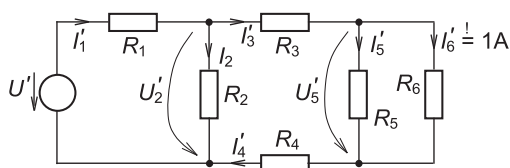


Obr. 5.25: Rebríčkový obvod.

**Riešenie.** Sieť takejto štruktúry nazývame aj *rebríčkový* obvod. Pozostáva z viacnásobného kaskádneho zapojenia  $\Gamma$ –,  $\Pi$ – alebo  $T$ – článkov. S uvedenou štruktúrou sa môžeme stretnúť napríklad v rôznych frekvenčných filtroch alebo v útlmových článkoch.

Riešenie by sa dalo získať obvyklým spôsobom – v prvom kroku nahradiť sieť voči zdroju jedným rezistorom a vypočítať prúd odoberaný zo zdroja. V druhom kroku následným opakovaným použitím vety o prúdovom deliči postupujeme v obvode smerom zľava doprava a vypočítame všetky prúdy. Vďaka princípu úmernosti existuje však aj jednoduchšia možnosť. Budeme postupovať opačným smerom – zľava doprava. Zvolíme ľubovoľnú (nenulovú) hodnotu prúdu  $I_6$  a označíme ju  $I'_6$  (obr. 5.25a). Nech teda  $I'_6 = 1\text{A}$ . Vypočítame napätie  $U'_5$ .

$$U'_5 = R_6 \cdot I'_6 = 30\text{V}$$



Obr. 5.25a.

Z Ohmovho zákona vypočítame prúd  $I'_5$

$$I'_5 = \frac{U'_5}{R_5} = 1,5\text{A}.$$

Z 1. Kirchoffovho zákona získame

$$I'_4 = I'_3 = I'_5 + I'_6 = 2,5\text{A}.$$

Teraz už môžeme vypočítať napätie na rezistore  $R_2$ , ktorý je v rebríčkovej štruktúre o jeden stupeň doľava

$$U'_2 = R_3 \cdot I'_3 + U'_5 + R_4 \cdot I'_4 = 75\text{V}.$$

Postupujeme smerom doľava podobne, ako v predošlom stupni

$$I'_2 = \frac{U'_2}{R_2} = 3,75\text{A}$$

$$I'_1 = I'_2 + I'_3 = 6,25\text{A}.$$

Teraz už vypočítame napätie  $U'$ , ktoré by musel mať zdroj  $U$ , aby bol prúd  $I_6$  takej hodnoty, ktorú sme zvolili na začiatku, teda 1A

$$U' = R_1 \cdot I'_1 + U'_2 = 125\text{V}.$$

Princíp úmernosti hovorí, že prúd  $I_6$  je priamo úmerný napätiu  $U$ , teda musí platiť aj rovnica

$$\frac{I_6}{I'_6} = \frac{U}{U'} = \frac{25}{125}.$$

Odtiaľ

$$I_6 = I'_6 \cdot \frac{U}{U'} = 0,2\text{A}.$$

Zistili sme, že hľadaný prúd má v skutočnosti  $\frac{25}{125} = 0,2$ -krát nižšiu hodnotu, než sme predpokladali. To ale platí pre ľubovoľné napätie, resp. prúd v obvode. Napríklad skutočná hodnota prúdu  $I_4 = 0,2 \times I'_4 = 0,5\text{A}$ , atď.