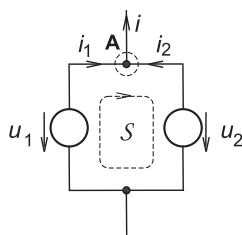


Kapitola 4

Zdroje.

4.1 Radenie napätových zdrojov.

Uvažujme dvojicu ideálnych zdrojov napätia zapojených paralelne (obr. 4.1).



Obr. 4.1: Paralelne zapojené napätové zdroje.

Napišme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku \mathcal{S}

$$-u_1 + u_2 = 0,$$

odtiaľ máme

$$u_1 = u_2. \tag{4.1}$$

Otázkou je, ako interpretovať rovnicu (4.1)? Kirchhoffove zákony sú vyjadrením základných fyzikálnych princípov platných pre elektrické pole v terminológii teórie elektrických obvodov. V každom elektrickom obvode musí byť zachovaná ich platnosť. V prípade paralelne zapojených ideálnych zdrojov napätia sú dve možnosti.

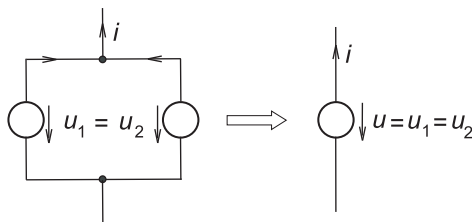
1. Napätia oboch paralelných zdrojov sú rovnaké.

Rovnica 4.1 je splnená a platnosť 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku \mathcal{S} je v poriadku. Nahradíme paralelnú kombináciu zdrojov jedným zdrojom s napätím u (obr. 4.2). Vlastnosti dvojpólu tvoreného zdrojmi sme navonok nezmenili, teda zdroje sme nahradili ekvivalentným dvojpólom. Vo zvyšku siete, ku ktorej je takýto dvojpól pripojený, sa po takejto náhrade nezmení žiadne napätie, ani prúd.

Predpokladajme, že poznáme celkový prúd i a pokúsime sa vypočítať, ako sa delí medzi jednotlivé zdroje. Napišme rovnicu 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol \mathbf{A}

$$-i + i_1 + i_2 = 0. \tag{4.2}$$

Viac rovníc pre prúdy i_1 a i_2 nenájde. Dostali sme teda jednu rovnicu o dvoch neznámých, ktorá má nekonečne veľa riešení. Nieкто by mohol povedať, že na základe akejsi symetrie sa dá predpokladať



Obr. 4.2: Náhrada paralelných napätových zdrojov.

rovnomé delenie prúdu dvojicou paralelne zapojených zdrojov

$$i_1 = i_2 = \frac{1}{2} \cdot i.$$

Takéto riešenie istotne vyhovuje rovnici (4.2), ale to isté môžeme povedať aj pre ľubovoľné iné riešenie

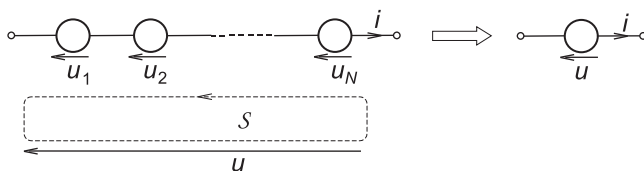
$$i_1 = c \cdot i; \quad i_2 = (1 - c) \cdot i; \quad c \in R. \quad (4.3)$$

Existuje nekonečne veľa možností, ako rozdeliť celkový prúd i medzi jednotlivé zdroje. Rozdelenie prúdu medzi jednotlivé zdroje sa nedá určiť, preto je vždy namieste náhrada jedným zdrojom s napätím u .

2. Napätia oboch paralelných zdrojov sú rôzne.

$$u_1 \neq u_2$$

V tomto prípade je popretá platnosť 2. Kirchhoffovho zákona a takýto obvod je nezmyselne zadaný. Riešenie (výpočet napätí, prúdov) v obvode neexistuje.



Obr. 4.3: Náhrada napätových zdrojov v sérii.

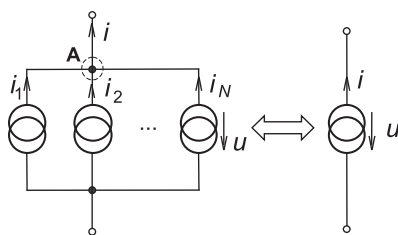
V elektrickej sieti so skupinou N ideálnych zdrojov napätia zapojených do série (obr. 4.3) napíšeme pre slučku S rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona

$$-u + u_1 + u_2 + \dots + u_N = 0$$

Pre celkové napätie takéhoto dvojpólu teda platí

$$u = \sum_{k=1}^N u_k. \quad (4.4)$$

Ak nahradíme skupinu ideálnych zdrojov napätia u_1, u_2, \dots, u_N jedným zdrojom s napätím u (4.4), urobíme náhradu ekvivalentným dvojpólom. Vo zvyšku siete s takýmto dvojpólom sa nezmení žiadne napätie, ani prúd.



Obr. 4.4: Paralelne zapojené prúdové zdroje.

4.2 Radenie prúdových zdrojov.

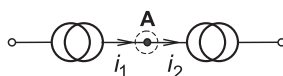
Uvažujme množinu N ideálnych zdrojov prúdu i_1, i_2, \dots, i_N zapojených paralelne (obr. 4.4). Napíšeme rovnicu 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol **A**

$$i - i_1 - i_2 - \dots - i_N = 0.$$

Pre celkový prúd dvojpólu i teda platí

$$i = \sum_{k=1}^N i_k. \quad (4.5)$$

Ak nahradíme takúto paralelnú skupinu ideálnych zdrojov prúdu jedným zdrojom s prúdom i (4.5), dostaneme ekvivalentný dvojpól. Vo zvyšku siete, ku ktorej je takýto dvojpól zapojený, sa nezmení žiadne napätie, ani prúd.



Obr. 4.5: Prúdové zdroje v sérii.

Analyzujeme prípad dvojice ideálnych prúdových zdrojov zapojených do série (obr. 4.5). Napíšeme rovnicu 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol **A**

$$-i_1 + i_2 = 0,$$

resp.

$$i_1 = i_2. \quad (4.6)$$

Analyzujeme dôsledok rovnice (4.6). Môžu nastať dva prípady.

1. Prúdy zdrojov sú rovnaké.

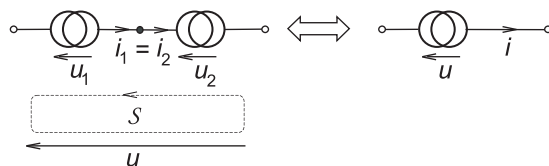
Rovnica (4.6) je splnená a v uzle **A** je zachovaná platnosť 1. Kirchhoffovho zákona. Pokúsime sa vyšetriť, ako sa celkové napätie u delí medzi jednotlivé zdroje. Napíšeme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku \mathcal{S}

$$-u + u_1 + u_2 = 0.$$

Viac rovníc napísať nevieme. Dostali sme jednu rovnicu o dvoch neznámych, ktorá má nekonečne veľa riešení. Celkové napätie sa teda môže teoreticky rozdeliť medzi dva zdroje ľubovoľne

$$u_1 = c.u; \quad u_2 = (1 - c).u; \quad c \in R. \quad (4.7)$$

Vidíme, že rozdelenie napätia medzi jednotlivé zdroje sa nedá určiť, preto je vždy namieste náhrada jedným zdrojom s prúdom i .



Obr. 4.6: Náhrada sériových prúdových zdrojov.

2. Prúdy zdrojov sú rôzne.

V takomto prípade nie je v uzle **A** splnený 1. Kirchhoffov zákon

$$i_1 \neq i_2.$$

Elektrický obvod teda nemá zmysel. Riešenie pre sieť, v ktorej sa takýto dvojpól nachádza, neexistuje a teda ho ani nemá význam hľadať.

4.3 Riadené zdroje.

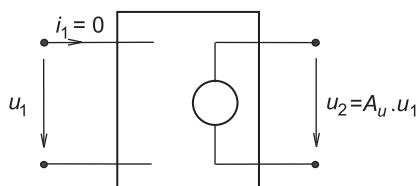
Ideálne zdroje, s ktorými sme sa doteraz stretli, sa nazývajú *autonómne*. Výstupná veličina autonómneho zdroja nezávisí od žiadneho iného napätia, alebo prúdu v elektrickej sieti, v ktorej je zapojený.

Ideálny zdroj napätia u je autonómny vtedy, ak jeho napätie nezávisí od žiadneho iného napätia, resp. žiadneho prúdu v sieti.

Ideálny zdroj prúdu i je autonómny vtedy, ak jeho prúd nezávisí od žiadneho napätia, alebo prúdu v elektrickej sieti, v ktorej je zapojený.

Okrem autonómnych zdrojov v teórii elektrických obvodov poznáme aj *riadené zdroje*. Zdroj môže byť napätový alebo prúdový (riadená veličina), pričom môže byť riadený iným prúdom alebo napätím v obvode (riadiaca veličina). Z toho vyplývajú štyri možné typy riadených zdrojov.

4.3.1 Napätím riadený zdroj napätia.



Obr. 4.7: Napätím riadený zdroj napätia.

Zdroj je znázornený na obr. 4.7. Napätie zdroja u_2 je riadené cudzím (riadiacim) napätím u_1 , pričom vzťah medzi nimi je vyjadrený výrazom

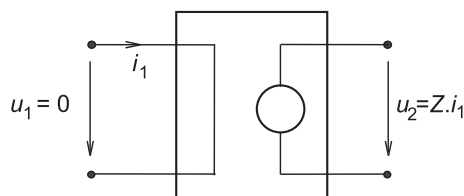
$$u_2 = A_u \cdot u_1. \quad (4.8)$$

Bezrozmerná reálna konštanta A_u je parametrom zdroja. Nazývame ju *napätový prenos* alebo *napätové zosilnenie*.

4.3.2 Prúdom riadený zdroj napätia.

Zdroj je znázornený na obr. 4.8. Napätie zdroja u_2 je riadené cudzím (riadiacim) prúdom i_1 . Vzťah medzi nimi je vyjadrený výrazom

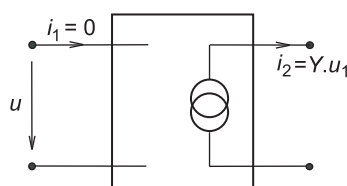
$$u_2 = Z \cdot i_1, \quad (4.9)$$



Obr. 4.8: Prúdom riadený zdroj napätia.

kde Z je parametrom zdroja, má rozmer odporu (Ohm) a nazývame ho *transrezistancia*.

4.3.3 Napätím riadený zdroj prúdu.



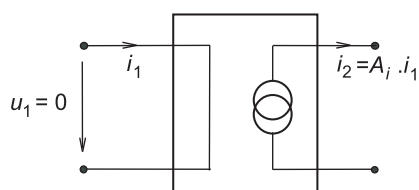
Obr. 4.9: Napätím riadený zdroj prúdu.

Prúd i_2 napätím riadeného prúdového zdroja (obr. 4.9) je závislý na cudzom (riadiacom) napätí u_1 . Medzi týmito veličinami platí vzťah

$$i_2 = Y \cdot u_1, \quad (4.10)$$

kde Y je parametrom riadeného zdroja. Má rozmer vodivosti (Siemens) a nazývame ho *transkonduktancia*.

4.3.4 Prúdom riadený zdroj prúdu.



Obr. 4.10: Prúdom riadený zdroj prúdu.

Prúd i_2 takéhoto zdroja (obr. 4.10) je závislý na cudzom (riadiacom) prúde i_1 . Medzi týmito prúdmi platí vzťah

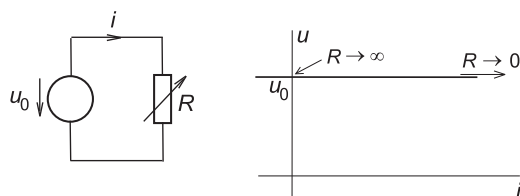
$$i_2 = A_i \cdot i_1. \quad (4.11)$$

Bezrozmernú reálnu konštantu A_i nazývame *prúdový prenos*, alebo *prúdové zesilnenie*.

Ak je zdroj riadený napätím (obr. 4.7, 4.9), vstupná dvojica uzlov je rozpojená a vstupný (riadiaci) prúd i_1 je nulový. Ak je zdroj riadený prúdom (obr. 4.8, 4.10), vstupná dvojica uzlov je vzájomne skratovaná a vstupné napätie u_1 je nulové. Zavedme riadiaci výkon zdroja p_1 ako súčin vstupného napätia a prúdu. Ľahko sa presvedčíme, že vo všetkých štyroch prípadoch platí

$$p_1 = u_1 \cdot i_1 = 0.$$

Riadiaci výkon takýchto riadených zdrojov je vždy nulový.



Obr. 4.11: Zafážený ideálny zdroj napätia.

4.4 Reálny napätový zdroj.

Vráťme sa ešte na chvíľu k ideálnemu zdroju napätia. Na jeho svorky pripojíme záťaž reprezentovanú rezistorom R , ktorého odpor sa môže meniť (obr. 4.11)

$$R \in \langle 0; \infty \rangle.$$

Voltampérová (zafážovacia) charakteristika takéhoto zdroja je priamka kolmá na napätovú os. Pripomeňme, že vnútorný odpor ideálneho zdroja napätia je nulový. Prúd záťažou i vypočítame z Ohmovho zákona

$$i = \frac{u_0}{R}.$$

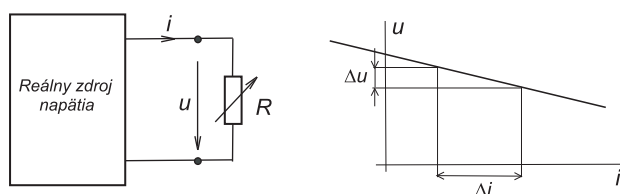
Napätie u nezávisí od odoberaného prúdu, teda ani od odporu R . Ak bude hodnota odporu R veľmi vysoká, odoberaný prúd i bude malý, v extrémnom prípade nulový

$$\lim_{R \rightarrow \infty} i = 0$$

Ak bude hodnota R nízka, prúdový odber bude vysoký, v extrémnom prípade nekonečne veľký

$$\lim_{R \rightarrow 0} i = \infty$$

Ideálny napätový zdroj teda nemôže byť v stave nakrátko.



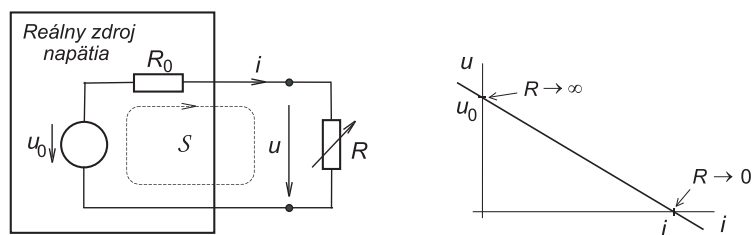
Obr. 4.12: Zafážený reálny zdroj napätia.

Reálne (technické) zdroje, s ktorými sa v praxi stretáme, sa však od ideálnych líšia. Podstatným rozdielom je, že výstupné napätie reálneho zdroja nie je konštantné, ale závisí od prúdu, ktorý zdrojom preteká. Predpokladajme, že na svorky reálneho zdroja napätia u pripojíme záťaž reprezentovanú rezistorom R . Záťaž sa môže meniť, rezistor R je premenný. Prirodzenou a veľmi častou vlastnosťou reálneho zdroja je, že keď na jeho svorky pripojíme záťaž, jeho svorkové napätie u klesne. Pokles bude výraznejší so vzrastajúcim odoberaným prúdom i . V mnohých prípadoch sa dá závislosť svorkového napätia od prúdu - zafážovacia charakteristika zdroja - pomerne presne popísať lineárnou funkciou (obr. 4.12).

Dajme si za úlohu navrhnuť dvojpól, ktorý bude pozostávať z ideálnych prvkov a jeho charakteristika bude vystihovať správanie sa reálneho zdroja napätia. Navrhujeme dvojpól zložený z ideálneho zdroja napätia u_0 a rezistora R_0 zapojeného do série (obr. 4.13). Vyšetříme jeho správanie.

Pre slučku S tvorenú prvkami modelu zdroja a záťažou napíšeme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona

$$-u_0 + R_0 \cdot i + u = 0$$

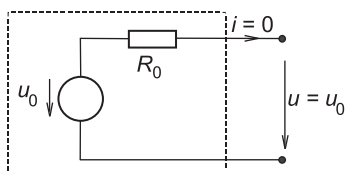


Obr. 4.13: Model reálneho zdroja napätia a jeho zaťažovacia charakteristika.

z ktorej vyjadríme svorkové napätie u

$$u = u_0 - R_0 \cdot i. \quad (4.12)$$

Medzi prúdom i a napätím u je lineárny vzťah – zaťažovacou charakteristikou takéhoto modelu zdroja je priamka. Vyšetříme dva extrémne prípady - zapojenie zdroja nakrátko a naprázdno.



Obr. 4.14: Reálny zdroj napätia naprázdno.

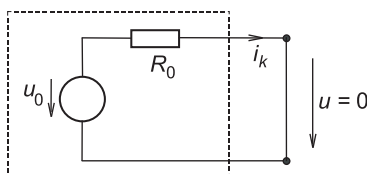
Zdroj je v stave naprázdno vtedy, ak sú jeho svorky rozpojené, resp. na jeho výstupe zapojený zaťažovací rezistor R s nekonečným odporom (obr. 4.14). V tomto prípade zdroj nedodáva žiaden prúd

$$i = 0$$

a pre jeho výstupné napätie z rovnice (4.12) vyplýva

$$u = u_0. \quad (4.13)$$

Výstupné napätie zdroja pri rozpojených svorkách u_0 nazývame *napätie naprázdno*. Na zaťažovacej charakteristike (obr. 4.13) zodpovedá tomuto stavu priesečník s napätovou osou.



Obr. 4.15: Reálny zdroj napätia nakrátko.

Zdroj je v stave nakrátko vtedy, ak sú jeho svorky navzájom spojené – je medzi nimi skrat (obr. 4.15). Takýto stav zodpovedá zaťažením rezistorom R s nulovým odporom. Výstupné napätie zdroja u je nulové a medzi prepojenými vývodmi preteká *skratový prúd* i_k . Z rovnice (4.12) vyplýva

$$0 = u_0 - R_0 \cdot i_k,$$

odtiaľ

$$i_k = \frac{u_0}{R_0}. \quad (4.14)$$

Na zaťažovacej charakteristike zodpovedá tomuto stavu priesečník s prúdovou osou.

Vypočítajme vnútorný odpor R_v takéhoto modelu zdroja. Napätie a prúd dvojpólu sú orientované navzájom nesúhlasne, vnútorný odpor vypočítame podľa vzťahu

$$R_v = -\frac{du}{di}. \quad (4.15)$$

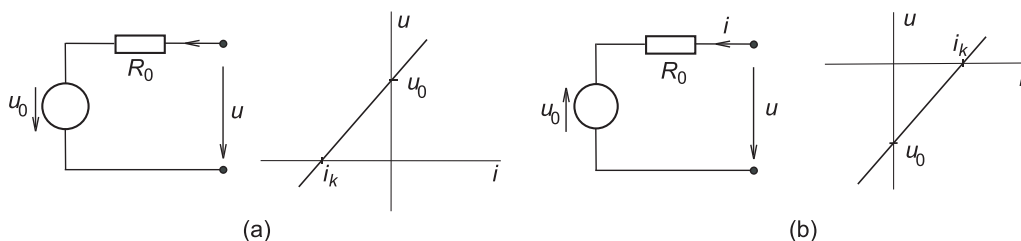
Za napätie u dosadíme z (4.12)

$$R_v = -\frac{d}{di} \cdot (u_0 - R_0 \cdot i) = R_0. \quad (4.16)$$

R_0 preto nazývame aj *vnútorný odpor* reálneho zdroja napätia.

Reálny zdroj napätia má teda v porovnaní s ideálnym zdrojom nenulový vnútorný odpor. Medzi svorky reálneho napäťového zdroja môžeme na rozdiel od ideálneho zapojiť skrat. Ideálny zdroj napätia by do skratu dodal nekonečne veľký prúd. Prúd nakrátko i_k reálneho zdroja napätia je obmedzený jeho vnútorným odporom R_0 . Ak teda v praxi od zdroja požadujeme, aby bol schopný dodávať veľký prúd, resp. aby sa pri veľkom prúde i príliš nemenilo výstupné napätie u , musí mať takýto zdroj malý vnútorný odpor. Ak má zdroj napätia malý vnútorný odpor R_0 , hovoríme, že je *tvrdý*.

Reálny zdroj napätia môže byť pripojený ku ľubovoľne zložitej elektrickej sieti, ktorá tiež môže obsahovať ďalšie zdroje, teda môže mať aktívnu záťaž. V tom prípade nemusí pracovný bod takéhoto zdroja pri uvedenej orientácii u a i ležať iba v prvom kvadrante. Obidva prvky modelu zdroja (u_0 , R_0) totiž pripúšťajú aj záporný prúd ($i < 0$, 2. kvadrant), dokonca môžeme zdroj pomocou aktívnej záťaže aj úplne prepólovať ($u < 0$, 4. kvadrant).



Obr. 4.16: Zafážovacia charakteristika reálneho zdroja napätia pri rôznych smeroch napätí a prúdov.

Kvadranty, v ktorých bude ležať zafážovacia charakteristika zdroja, sú okrem iného dané aj voľbou smeru výstupného napätia u a výstupného prúdu i a taktiež znamienkom napätia u_0 . Môže preto vzniknúť veľké množstvo kombinácií. Uvedme pre ilustráciu aspoň dva príklady. Pre výstupné napätie zdroja na obr. 4.16a platí

$$u = u_0 + R_0 \cdot i.$$

Výstupné napätie zdroja na obr. 4.16b je dané vzťahom

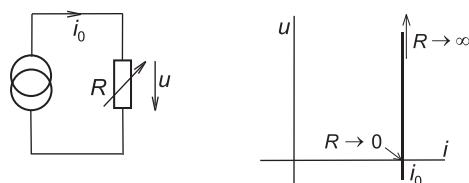
$$u = -u_0 + R_0 \cdot i.$$

4.5 Reálny prúdový zdroj.

Začnime prípadom premenného rezistora R pripojeného na ideálny zdroj prúdu (obr. 4.17). Pripomeňme si, že voltampérovou (zafážovacou) charakteristikou ideálneho zdroja prúdu je priamka kolmá na prúdovú os.

Prúd takéhoto zdroja nezávisí od napätia, ktoré je na ňom. Inými slovami môžeme povedať, že aj keď zmeníme odpor R , zdroj si upraví svoje výstupné napätie u tak, aby do záťaže zasa dodal svoj predpísaný prúd i_0 . Napätie na záťaži R vypočítame pomocou Ohmovho zákona

$$u = R \cdot i_0.$$



Obr. 4.17: Ideálny zdroj prúdu a jeho zaťažovacia charakteristika.

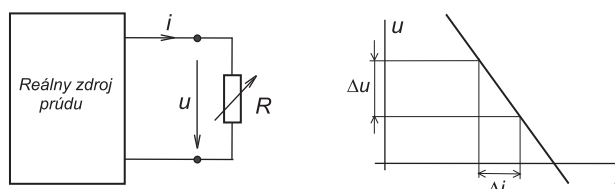
Výstupné napätie je priamo úmerné odporu R . Pri nulovej hodnote R (zdroj nakrátko) bude aj výstupné napätie u na záťaži nulové

$$\lim_{R \rightarrow \infty} u = 0. \quad (4.17)$$

Ak bude hodnota R veľká, napätie na výstupe zdroja bude vysoké. V extrémnom prípade by pri rozpojení svoriek zdroja bolo napätie u nekonečne veľké

$$\lim_{R \rightarrow \infty} u = \infty. \quad (4.18)$$

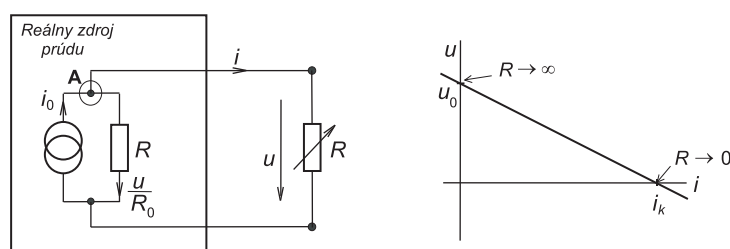
Ideálny zdroj prúdu nemôže ostať v stave naprázdno.



Obr. 4.18: Zatažený reálny zdroj prúdu a jeho voltampérová charakteristika.

Reálny (technický) zdroj prúdu sa od ideálneho líši v tom, že jeho výstupný prúd nie je konštantný, ale závisí od napätia, resp. na tom, čo zapojíme medzi jeho svorky. Uvažujme zatiaľ, že takýto reálny zdroj prúdu zatažíme premenným rezistorom R (obr. 4.18).

So zmenou odporu záťaže R sa bude meniť výstupné napätie zdroja u a s ním aj jeho prúd i . V praxi je často medzi výstupným napätím a prúdom lineárny vzťah – reálny zdroj prúdu má lineárnu voltampérovú (zatažovaciu) charakteristiku.



Obr. 4.19: Model reálneho zdroja prúdu a jeho voltampérová charakteristika.

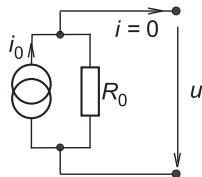
Hľadáme dvojpól zložený z ideálnych prvkov, ktorý by svojim správaním vystihoval vlastnosti reálneho zdroja prúdu. Analyzujeme správanie sa dvojpólu zloženého z ideálneho zdroja prúdu i_0 a paralelne zapojeného pasívneho dvojpólu – rezistora R_0 (obr. 4.19). Napíšeme rovnicu 1. Kirchhoffovho zákona pre uzol **A**

$$-i_0 + \frac{u}{R_0} + i = 0,$$

odtiaľ

$$u = R_0 \cdot (i_0 - i). \quad (4.19)$$

Vzťah (4.19) je analytickým predpisom zaťažovacej charakteristiky technického zdroja prúdu. V prípade záťaže zdroja rezistorom je to časť priamky znázornená na obr. 4.19. Vyšetříme dva extrémne prípady - stav naprázdno a stav nakrátko.



Obr. 4.20: Reálny zdroj prúdu naprázdno.

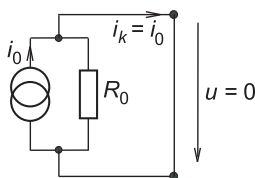
Zdroj je v stave naprázdno vtedy, ak sú jeho svorky rozpojené, resp. $R \rightarrow \infty$ (obr. 4.20). V stave naprázdno je prúd zdroja nulový

$$i = 0.$$

Z rovnice (4.19) získame napätie naprázdno u_0

$$u_0 = R_0 \cdot i_0. \quad (4.20)$$

Tomuto stavu zodpovedá na voltampérovej charakteristike priesečník s napätovou osou.



Obr. 4.21: Reálny zdroj prúdu nakrátko.

Ak svorky zdroja vzájomne prepojíme (vyskratujeme), je v stave nakrátko (obr. 4.21). Skratom preteká prúd nakrátko i_k . Pri skratovaných výstupných svorkách je výstupné napätie u nulové

$$u = 0.$$

Pre prúd i_k z rovnice (4.19) vyplýva

$$0 = R_0 \cdot (i_0 - i_k),$$

odtiaľ

$$i_k = i_0. \quad (4.21)$$

Tomuto stavu zodpovedá na voltampérovej charakteristike priesečník s prúdovou osou.

Pre vnútorný odpor R_v reálneho zdroja prúdu platí

$$R_v = -\frac{du}{di}.$$

Po dosadení za napätie z rovnice (4.19) máme

$$R_v = -\frac{d}{di} \cdot [R_0 \cdot (i_0 - i)] = R_0, \quad (4.22)$$

resp. pre vnútornú vodivosť G_v

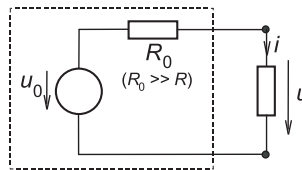
$$G_v = R_0^{-1}. \quad (4.23)$$

Ideálny zdroj prúdu má vnútornú vodivosť G_v nulovú, reálny zdroj prúdu má vnútornú vodivosť nenulovú. Ideálny zdroj prúdu nemôžeme nechať naprázdno, lebo by napätie na jeho svorkách u bolo nekonečne veľké. Reálny zdroj prúdu má napätie naprázdno obmedzené svojou vnútornou vodivosťou G_0 . Obidva prvky

použité v modeli reálneho zdroja prúdu pripúšťajú obrátený smer napätia. Rovnici (4.19) vyhovuje celá priamka, nielen jej časť v prvom kvadrante (obr. 4.19). Na výstupe technického zdroja prúdu nemusí byť iba rezistor, ale takýto zdroj môže byť zapojený k ľubovoľne zložitej elektrickej sieti, ktorá môže obsahovať ďalšie zdroje, teda môže byť aktívna. V tom prípade môže pracovný bod zdroja prúdu ležať pri danej orientácii u , i a i_0 aj mimo prvého kvadrantu.

Umiestnenie priamky v rovine je dané aj zvolenou orientáciou u , i , i_0 . Podobne, ako v prípade reálneho zdroja napätia (obr. 4.16) by sme mohli vytvoriť množstvo rôznych kombinácií.

Prúdové zdroje sa v praxi zväčša vytvárajú pomocou rôznych nelineárnych prvkov, resp. pomocou elektronických zapojení. Je však jeden spôsob, ako vytvoriť technický prúdový zdroj z napäťového zdroja a rezistora. Jeho zapojenie je na obr. 4.22.



Obr. 4.22: Realizácia reálneho zdroja prúdu.

Samotný zdroj pozostáva zo sériovej kombinácie napäťového zdroja u_0 a rezistora R_0 . Závaž znova reprezentuje rezistor R . Prúd záťažou vyjadríme pomocou Ohmovho zákona

$$i = \frac{u_0}{R_0 + R}.$$

Ak bude odpor R_0 mnohonásobne väčší, ako R

$$R_0 \gg R, \quad (4.24)$$

môžeme uvažovať

$$R_0 + R \approx R_0$$

a teda

$$i \approx \frac{u_0}{R_0}. \quad (4.25)$$

Prúd za predpokladu (4.24) prakticky nezávisí od odporu záťaže, čo sa bližšie k správaniu ideálneho zdroja prúdu.

Všeobecne teda môžeme povedať:

- zdroj s vysokým vnútorným odporom má charakter zdroja prúdu,
- zdroj s nízkym vnútorným odporom má charakter zdroja napätia.

Problémom zdroja na obr. 4.22 je ale jeho nízka účinnosť. Ak má platiť nerovnosť (4.24), potom nech napríklad

$$R_0 = 100.R,$$

čo býva pre technickú prax postačujúce. Vypočítajme, v akom pomere bude výkon spotrebovaný rezistormi R_0 a R . Pre výkon p_R rezistora R platí

$$p_R = R.i^2.$$

Na rezistore R_0 sa spotrebuje výkon p_0

$$p_0 = R_0.i^2.$$

Výkon zdroja u_0 označíme p

$$p = -u_0.i.$$

V obvode samozrejme platí Tellegenova veta, teda

$$p = -(p_0 + p_R).$$

Definujme účinnosť takéhoto zdroja η vzťahom

$$\eta = \frac{|p_R|}{|p|} \cdot 100\%$$

a teda

$$\eta = \frac{R}{R_0 + R} \cdot 100\% = 0,99\%.$$

Takto riešené zdroje prúdu sa skutočne používajú, ale kvôli nízkej účinnosti len pre malé prúdy, najviac rádu jednotiek mA.

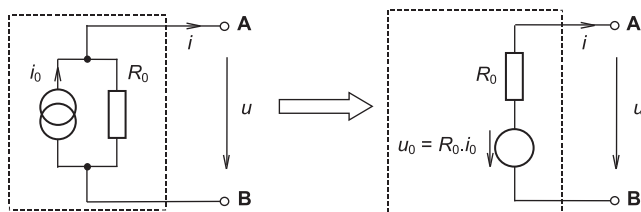
4.6 Konverzie zdrojov.

Pri porovnaní zaťažovacej charakteristiky technického zdroja napätia a prúdu zistíme, že sú si navzájom podobné. V oboch prípadoch sú to priamky. Predstavme si, že v modeli elektrického obvodu potrebujeme z nejakého dôvodu vzájomne nahradiť reálny zdroj prúdu a napätia (obr. 4.13 a 4.19), pričom tieto musia byť vzhľadom ku zvyšku siete ekvivalentné. To bude platiť vtedy, keď budú mať rovnaké voltampérové charakteristiky.

4.6.1 Náhrada reálneho zdroja prúdu zdrojom napätia.

Charakteristiky reálneho zdroja prúdu a napätia sú ekvivalentné vtedy, keď sa zhodujú v jednom bode a v smernici. Vieme, že v oboch prípadoch je ich smernica daná vnútorným odporom zdrojov R_0 . Z toho vyplýva, že rezistory R_0 musia byť v oboch dvojpóloch rovnaké.

Náhrada je znázornená na obr. 4.23. Nech je bodom, v ktorom sa voltampérové charakteristiky zhodujú, bod



Obr. 4.23: Náhrada reálneho zdroja prúdu zdrojom napätia.

zodpovedajúci stavu naprázdno. Ak majú byť zdroje ekvivalentné, musia mať okrem iného rovnaké napätie naprázdno. Pre napätie zdroja u_0 teda musí platiť

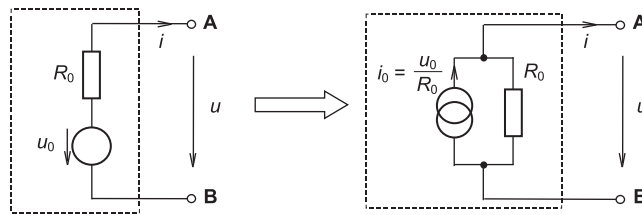
$$u_0 = R_0 \cdot i_0. \quad (4.26)$$

4.6.2 Náhrada reálneho zdroja napätia zdrojom prúdu.

Náhrada je ilustrovaná na obr. 4.24.

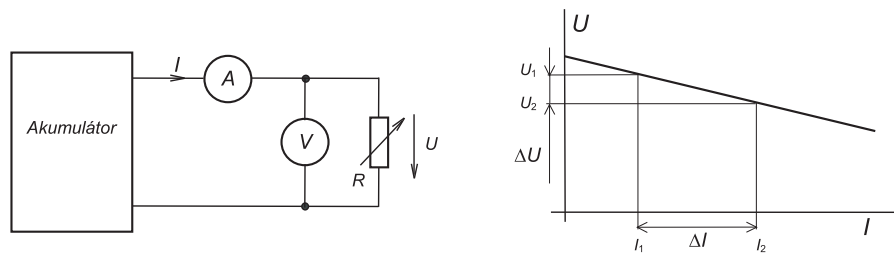
Už vieme, že odpory rezistorov v dvojpóloch musia byť rovnaké (R_0). Vyjdime teraz zo zhodnosti charakteristík v bodoch zodpovedajúcich stavu nakrátko. Ak majú mať oba dvojpóly rovnaký prúd nakrátko, pre prúd i_0 náhradného zdroja prúdu musí platiť

$$i_0 = \frac{u_0}{R_0}. \quad (4.27)$$



Obr. 4.24: Náhrada reálneho zdroja prúdu zdrojom napätia.

Pri konverzii treba v oboch prípadoch dodržať smer i_0 a u_0 . Ak prúd i_0 tečie v smere $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$, napätie u_0 musí ísť v smere $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$.



Obr. 4.25: K zadaniu príkladu.

Príklad 11 Meraním na akumulátore pri rôznych záťažoch (obr. 4.25) sa zistilo, že na jeho svorkách bolo pri stacionárnom prúdovom odbere $I = 1\text{A}$ napätie $U = 3,8\text{V}$ a pri odbere $I = 0,5\text{A}$ bolo napätie $U = 4,3\text{V}$.

1. Ak zvolíme pre daný akumulátor model podľa obr. 4.13 vypočítajte jeho parametre U_0 a R_0 .
2. Nájdite pre takýto model ekvivalentný technický zdroj prúdu.

Riešenie.

1. Predpokladajme, že zaťažovacia charakteristika akumulátora je priamka. Meraním bolo zistené

$$U_1 = 4,3\text{V}, \quad I_1 = 0,5\text{A},$$

$$U_2 = 3,8\text{V}, \quad I_2 = 1\text{A}.$$

Pre vnútorný odpor zdroja R_0 platí rovnica (4.15). Keďže predpokladáme lineárnu zaťažovaciu charakteristiku, derivovanie prejde na pomer diferencií

$$R_v = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_1 - U_2}{I_1 - I_2} = 1\Omega.$$

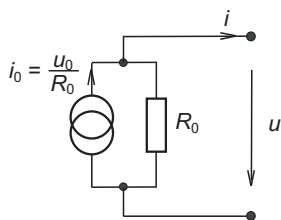
Do rovnice (4.12) dosadíme hodnoty zodpovedajúce jednému z meraní, napríklad U_1, I_1

$$U_1 = U_0 - R_0 \cdot I_1,$$

odtiaľ $U_0 = 4,8\text{V}$.

2. Rezistor R_0 bude v ekvivalentnom technickom zdroji prúdu taký istý, ako v pôvodnom zdroji napätia. Prúd i_0 vypočítame zo vzťahu (4.27)

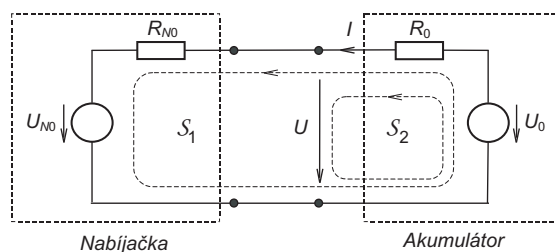
$$i_0 = \frac{u_0}{R_0} = 4,8\text{A}.$$



Príklad 12 Akumulátor z predošlej úlohy ($U_0 = 4,8\text{V}$, $R_0 = 1\Omega$) pripojíme na nabíjačku. Nabíjačka je reprezentovaná stacionárnym zdrojom napätia s napätím naprázdno $U_{N0} = 12\text{V}$ a vnútorným odporom $R_{N0} = 8\Omega$.

1. Vypočítajte nabíjací prúd I a svorkové napätie U akumulátora počas nabíjania.
2. Vypočítajte výkon všetkých dvojpólov v obvode a rozhodnite, ktorý z nich energiu dodáva a ktorý odoberá.

Riešenie.



1. Napíšeme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku S_1

$$U_{N0} - U_0 + (R_0 + R_{N0}) \cdot I = 0,$$

odtiaľ $I = -0,4\text{A}$.

Z rovnice 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku S_2 získame napätie U

$$U - U_0 - R_0 \cdot I = 0,$$

odtiaľ $U = 5,2\text{V}$.

2. Výkony jednotlivých prvkov obvodu sú uvedené v tabuľke.

Prvok	Výkon[W]
U_{N0}	$U_{N0} \cdot I = -4,8$
R_{N0}	$R_{N0} \cdot I^2 = 2,72$
U_0	$-U_0 \cdot I = 1,92$
R_0	$R_0 \cdot I^2 = 0,16$

Lahko sa presvedčíme, že súčet všetkých výkonov je nulový – v obvode platí Tellegenova veta. Ak označíme výkon spotrebovaný prvkami akumulátora P_A a výkon spotrebovaný prvkami nabíjačky P_N , potom môžeme napísať

$$P_A = -U_0 \cdot I + R_0 \cdot I^2 = 2,08\text{W},$$

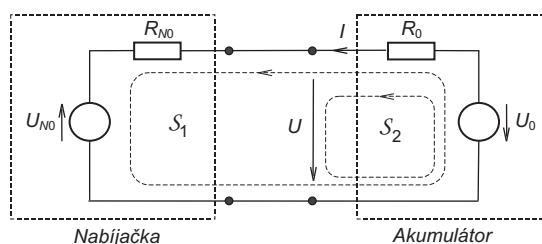
$$P_N = U_{N0} \cdot I + R_{N0} \cdot I^2 = -2,08\text{W}.$$

Výkon nabíjačky je záporný, teda nabíjačka je zdrojom energie, ktorú spotrebuje nabíjaný akumulátor. Ideálny napätový zdroj U_0 je spotrebičom energie. V tomto prípade je to na úkor energie dodanej do obvodu zdrojom U_{N0} v nabíjačke.

Príklad 13 Akumulátor z predošlej úlohy sme omylom pripojili na nabíjačku prepólovaný.

1. Vypočítajte jeho svorkové napätie U a prúd I .
2. Vypočítajte výkon akumulátora P_A .

Riešenie.



1. Prúd I vypočítame z rovnice 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku S_1

$$-U_{N0} - U_0 + (R_0 + R_{N0}) \cdot I = 0,$$

odtiaľ $I = 0,933\text{A}$.

Napíšeme rovnicu 2. Kirchhoffovho zákona pre slučku S_2

$$U - U_0 + R_0 \cdot I = 0,$$

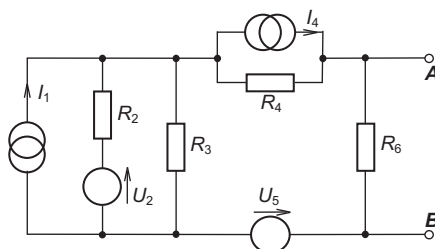
odtiaľ vypočítame $U = 3,867\text{V}$.

2. Ľahko zistíme, že výkon akumulátora P_A je záporný

$$P_A = -U \cdot I = -3,608\text{W}.$$

Akumulátor do obvodu energiu dodáva, teda pri nesprávnom pripojení na nabíjačku sa vybíja.

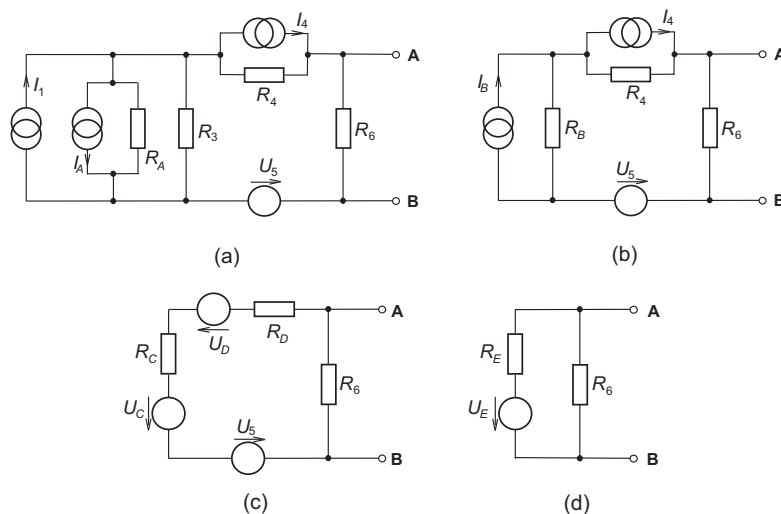
Príklad 14 Elektrickú sieť na obrázku nahradte vzhľadom na uzly **A-B** technickým zdrojom napätia. $I_1 = 1\text{A}$, $U_2 = 5\text{V}$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $I_4 = 0,5\text{A}$, $R_4 = 5\Omega$, $U_5 = 5\text{V}$, $R_6 = 10\Omega$.



Riešenie.

Pri riešení vyjdeme z toho, že skupina paralelne zapojených zdrojov prúdu a skupina sériovo zapojených zdrojov napätia sa dá nahradiť jedným zdrojom. Taktiež vieme zlučovať skupiny rezistorov zapojených paralelne a sériovo. Dvojpól pozostávajúci zo sériovej kombinácie U_2 - R_2 môžeme považovať za technický zdroj napätia, ktorý nahradíme ekvivalentným technickým zdrojom prúdu. Sieť po takejto úprave je na obr. a. Pre prvky I_A a R_A , ktoré sú v sieti nové, platí

$$I_A = \frac{U_2}{R_2} = 0,5\text{A}; \quad R_A = R_2 = 10\Omega.$$



Paralelne zapojené zdroje prúdu I_1 a I_A môžeme zlúčiť do jedného zdroja (I_B) a taktiež môžeme nahradiť paralelné rezistory R_A a R_3 jedným rezistorom (R_B) (obr. b). Hodnoty týchto prvkov budú

$$I_B = I_1 - I_A = 0,5\text{A}; \quad R_B = \frac{R_A \cdot R_3}{R_A + R_3} = 5\Omega.$$

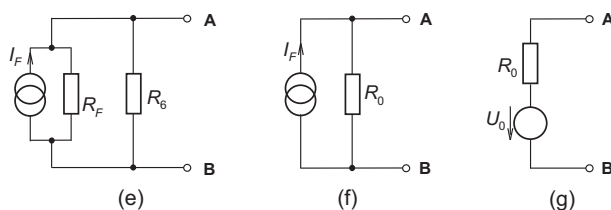
Paralelné dvojpóly R_4-I_4 a R_B-I_B môžeme považovať za technické zdroje prúdu, ktorým nájdeme ekvivalentné technické zdroje napätia (obr. c).

$$U_C = R_B \cdot I_B = 2,5\text{V}; \quad R_C = R_B = 5\Omega,$$

$$U_D = I_4 \cdot R_4 = 2,5\text{V}; \quad R_D = R_4 = 5\Omega.$$

Zlúčime sériovo zapojené zdroje U_5 , U_C a U_D a sériovo zapojené rezistory R_C a R_D (obr. d)

$$U_E = U_C + U_D + U_5 = 10\text{V}; \quad R_E = R_C + R_D = 10\Omega.$$



Sériový dvojpól R_E-U_E zameníme za paralelný ekvivalent I_0-R_0 (obr. e)

$$I_E = \frac{U_E}{R_E} = 1\text{A}; \quad R_F = R_E = 10\Omega.$$

Po zlúčení paralelných rezistorov R_F a R_6 už máme náhradu siete technickým zdrojom prúdu I_0-R_0 (obr. f)

$$R_0 = \frac{R_F \cdot R_6}{R_F + R_6}.$$

Takýto zdroj vieme už ľahko nahradiť technickým zdrojom napätia U_0-R_0 (obr. g)

$$U_0 = R_0 \cdot I_0 = 5\text{V}.$$