

11 Generátory elektrických kmitov

Cieľ kapitoly: Oboznámiť sa so základnými pojmami pri generovaní elektrických kmitov v elektronike a pochopiť rozdiely medzi rôznymi typmi generátorov. Na vhodných príkladoch ukázať možnosti počítačovej simulácie pri návrhu generátorov.

Úvod

Pod pojmom generátor budeme rozumieť nelineárny autonómny obvod, ktorý je schopný generovať netlmené elektrické kmity bez pôsobenia vonkajšieho striedavého napätia. V podstate je to menič energie dodávanej napájacím zdrojom na energiu generovaných elektrických kmitov, pričom samotná energetická účinnosť tejto premeny je obvykle druhoradý parameter.

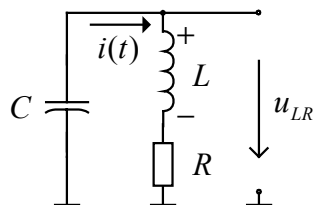
Pri hodnotení a návrhu generátora sa pozornosť sústreďuje v prvom rade na amplitúdu, frekvenciu a spektrálne vlastnosti generovaných kmitov. To znamená, že napríklad pri frekvencii sa zaujímate o to do akej miery je nastavená frekvencia stabilná t.j. nezávislá od vonkajších aj vnútorných rušivých vplyvov generátora (vplyv teploty okolia, starnutia súčiastok, zmien napájacieho napätia, šumových napätí stavebných prvkov, zmien záťaže atď.).

Ďalším zaujímavým parametrom je rozsah zmeny frekvencie. Generátor preto bežne označujeme názvami preladiteľný generátor alebo generátor s konštantnou frekvenciou (oporný, normálový). Podľa spektrálnych vlastností generovaných kmitov môžeme generátory rozdeliť na harmonické oscilátory (generátory), kde sa tvar kmitov viac-menej približuje harmonickému priebehu a tzv. funkčné generátory, ktoré generujú kmity s rôznym tvarom. Najčastejšie generované tvarové kmity sú obdĺžnikové, exponenciálne, trojuholníkové a pílové. Vlastnosti a spôsob návrhu uvedených typov sú dosť odlišné a preto aj v literatúre predstavujú rozdielne typy obvodov.

Harmonické oscilátory s rezonančnými obvodmi predstavujú širokú triedu oscilátorov najrôznejších zapojení v závislosti od použitého aktívneho prvku (tranzistor, Gunnova dióda) a rezonátora, ktorý určuje približne frekvenciu kmitov. V tomto stručnom prehľade sa budeme zaoberať predovšetkým oscilátormi s LC rezonátorom.

11.1 Kmity v jednoduchom LC rezonátore

Základné otázky súvisiace so vznikom a vlastnosťami elektrických kmitov možno vysvetliť pomocou obvodu na obr. 11.1.



$$\begin{aligned} F_{rez} &= 1\text{MHz} \\ L &= 100\mu\text{H} & C &= 253.303\text{pF} \\ R &= 125.6\Omega & \text{TLM. KMITY} &(Q = 5) \\ R &= -125.6\Omega & \text{RAST. KMITY} & \end{aligned}$$

Obr.11.1 LC rezonátor so stratami

Vzhľadom k tomu, že tento obvod je lineárny, nemožno pomocou neho objasniť proces ustálenia elektrických kmitov v reálnom oscilátore, ani presnú hodnotu ich frekvencie. Napriek tomu umožňuje vysvetliť niektoré základné pojmy a koncepcia "záporného odporu" v zásade umožňuje navrhnúť jednoduchý LC oscilátor. Pre obvod podľa obr. 11.1 môžeme napísať pre napätia vzťahy (1), (2).

$$u_C + u_L + u_R = 0 \quad (1)$$

$$U_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + L \frac{di(t)}{dt} + i(t)R = 0 \quad (2)$$

úpravou získame rovnicu:
$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{LC} = 0 \quad (3)$$

Táto lineárna diferenciálna rovnica s konštantnými koeficientami má riešenie v tvare,

$$i(t) = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (4)$$

kde $\lambda_{1,2}$ sú korene charakteristického polynómu $\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC}$.

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4\frac{1}{LC}}}{2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (5)$$

Funkcia (4) má oscilačný charakter len vtedy, ak je diskriminant $D = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC} < 0$.

V takom prípade sú korene λ_1, λ_2 komplexne združené, napíšeme ich v tvare:

$$\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2} = \alpha \pm j\omega_v \quad (6)$$

Tu sme zaviedli označenia: $\alpha = -\frac{R}{2L}$ je činiteľ tlmenia kmitavého obvodu, $\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

ω_v je kruhová frekvencia vlastných tlmených kmitov. V prípade komplexne združených koreňov podľa vzťahu (6) je možné napísať riešenie (4) v tvare reálnej funkcie

$$i(t) = e^{\alpha t} (K_1 \cos \omega_v t + K_2 \sin \omega_v t) \quad (7)$$

Konštanty K_1, K_2 určíme zo známych počiatočných podmienok $i(0) = 0, u_L(0) = U_0$.

Druhú počiatočnú podmienku napíšeme v tvare: $\left(L \frac{di(t)}{dt} \right)_{t=0} = U_0$

Aplikáciou prvej podmienky na vzťah (7) dostaneme $K_1 = 0$. Konštantu K_2 získame riešením rovnice pre druhú počiatočnú podmienku a uvážením, že $K_1 = 0$. Výpočtom derivácie dostaneme: $L \left[\alpha e^{\alpha t} (K_2 \sin \omega_v t) + e^{\alpha t} (K_2 \omega_v \cos \omega_v t) \right]_{t=0} = U_0$

Dosadením $t=0$ dostaneme K_2 pre hodnotu: $K_2 = \frac{U_0}{\omega_v L}$. Výsledné riešenie má teda

tvar
$$i(t) = \frac{U_0}{\omega_v L} e^{\alpha t} \sin \omega_v t \quad (8)$$

Pri meraní je z praktického hľadiska výhodnejšie sledovať napätie na cievke so stratami u_{LR} ako prúd $i(t)$. Pre toto napätie platí : $u_{LR}(t) = L \frac{di}{dt} + iR$. Po vykonaní

naznačených operácií získame vzťah: $u_{LR}(t) = U_0 e^{\alpha t} \left(\cos \omega_v t - \frac{\alpha}{\omega_v} \sin \omega_v t \right)$ (9)

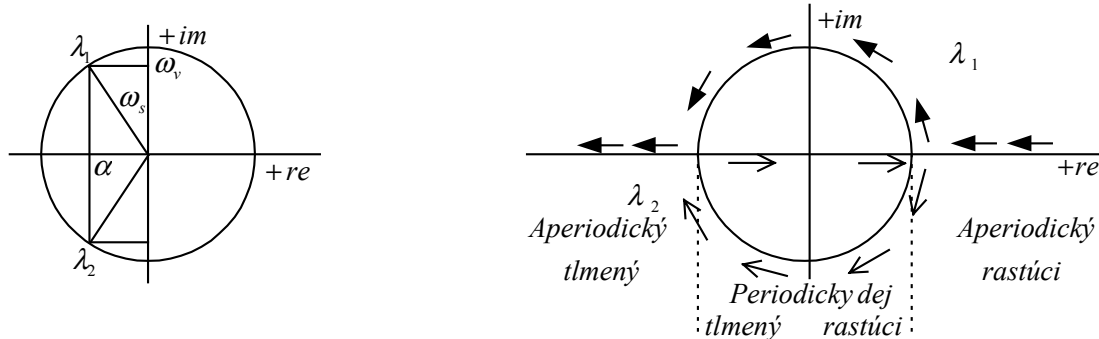
Úpravou vzťahu (9) dostaneme: $u_{LR}(t) = U_0 \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\omega_v^2}} e^{\alpha t} \sin(\omega_v t + \varphi_0)$ (10)

Počiatkový fázový posuv $\varphi_0 = \arctg\left(\frac{-\alpha}{\omega_v}\right)$. Odvodenie uvedených vzťahov

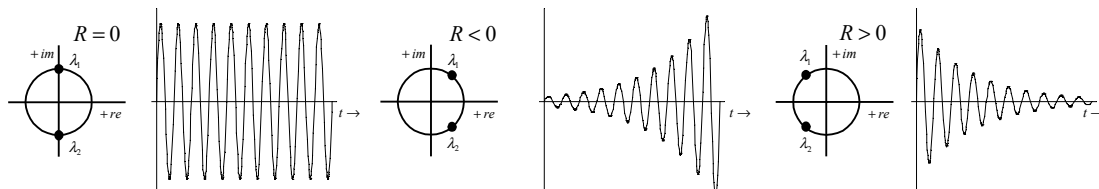
prenechávam čitateľovi. Pre dosiahnutie kmitov so stabilnou amplitúdou potrebujeme realizovať nulový odpor R v obvode. Dosahujeme to zaradením rovnako veľkého záporného odporu realizovaného špeciálnymi diódami, alebo kladnou sp. väzbou.

11.2 Frekvencia voľných kmitov

Vzťah (6) ukazuje súvislosť medzi **rezonančnou kruhovou frekvenciou** kmitavého obvodu $\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ a **kruhovou frekvenciou voľných kmitov** $\omega_v = \sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2}$ pre tlmené aj rastúce kmity. Znázornením koreňov $\lambda_{1,2}$ charakt. polynómu v komplexnej rovine môžeme geometricky znázorniť uvedenú súvislosť všeobecne (aj pre aperiodický dej).



Obr. 11.2 Súvislosť koreňov charakteristickej rovnice s frekvenciami kmitavého obvodu a pohyb koreňov v komplexnej rovine pre R od mínus nekonečna do plus nekonečna



Obr. 11.3 Typické polohy koreňov charakteristickej rovnice a odpovedajúce priebehy kmitov

Z obrázku 11.2 vidíme, že pre obvod podľa obr. 11.1 je frekvencia voľných kmitov rovná rezonančnej iba pre $\alpha = 0$ (rez. obvod s nulovými stratami ,alebo nekonečnou kvalitou Q). Pre klesajúce alebo rastúce kmity je $\omega_v < \omega_s$, podľa vzťahu

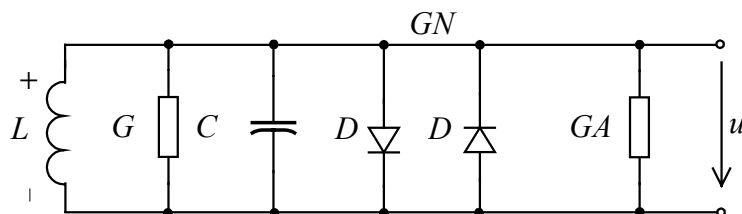
$\omega_v = \omega_s \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$, kde $Q = \frac{\omega_s L}{R} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{L}{R} = \frac{\sqrt{L}}{R\sqrt{C}}$ je **kvalita cievky rezonančného obvodu** tak ako sa prakticky používa. (V uvedenom modeli predpokladáme nulové straty kondenzátora).

Napr. pre $Q=5$ je $\frac{\omega_v}{\omega_s} = \sqrt{1 - \frac{1}{4 \cdot 25}} = \sqrt{0.99} \cong 0.995$, teda na

frekvencii 1 MHz je odchýlka 5 kHz . Z uvedených úvah vyplýva, že pre netlmené kmity ($R = 0$), ktoré sú našim cieľom, platí $\omega_v = \omega_s$, toto je však len teoretická možnosť. Reálny oscilátor predstavuje nelineárny obvod a na jeho popis musíme použiť nelineárnu dif. rovnicu, riešením ktorej by sme získali časový priebeh kmitov, ako aj presnú hodnotu frekvencie oscilácií.

11.3 LC oscilátor so záporným odporom (vodivosťou)

Ukážeme niektoré základné zapojenia oscilátorov a numerické riešenie nelin. dif. rovnice pomocou počítača. Ak prepočítame sériový stratový odpor R z obr.11.1 na paralelný s vodivosťou G a pridáme **zápornú aktívnu vodivosť** G_A spolu s nelin. vodivosťou G_N (dve antiparalelne spojené diody) získame model oscilátora, ktorý môže generovať ustálené kmity.

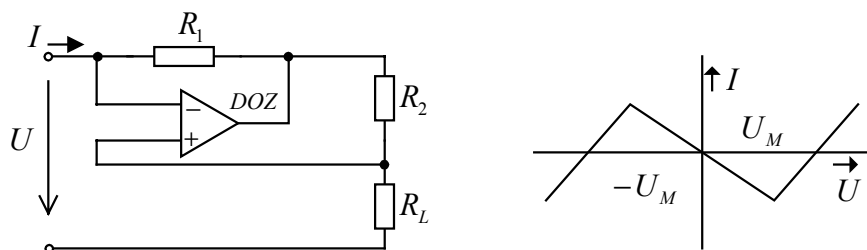


Obr.11.4 Model oscilátora so symetrickou nelineárnou vodivosťou

Vodivosti G , G_A , G_N môžeme zlúčiť do výslednej vodivosti $G_V(u)$, ktorá je nelineárna a obsahuje na svojej voltampérovej charakteristike úsek so **zápornou diferenciálnou vodivosťou**. Možno ľahko ukázať, že napätie v obvode podľa obr.11.4 možno opísať nelineárnou diferenciálnou rovnicou 2. rádu:

$$\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{G_V(u)}{C} \frac{du(t)}{dt} + \frac{u(t)}{LC} = 0 \quad (11)$$

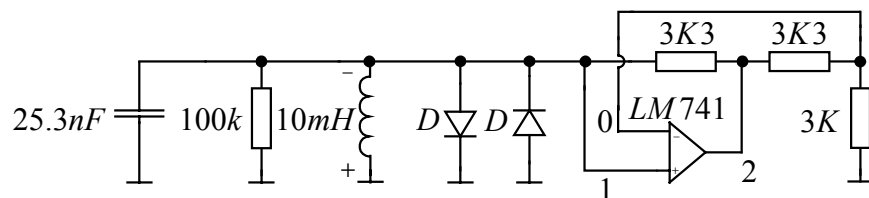
Analytické riešenie takejto rovnice je možné urobiť pre niektoré jednoduché typy funkcie $G_V(u)$. Zápornú vodivosť môžeme realizovať rôzne. Jedna z možností, ktorá využíva operačný zosilňovač a kladnú spätnú väzbu je na obrázku 11.5.



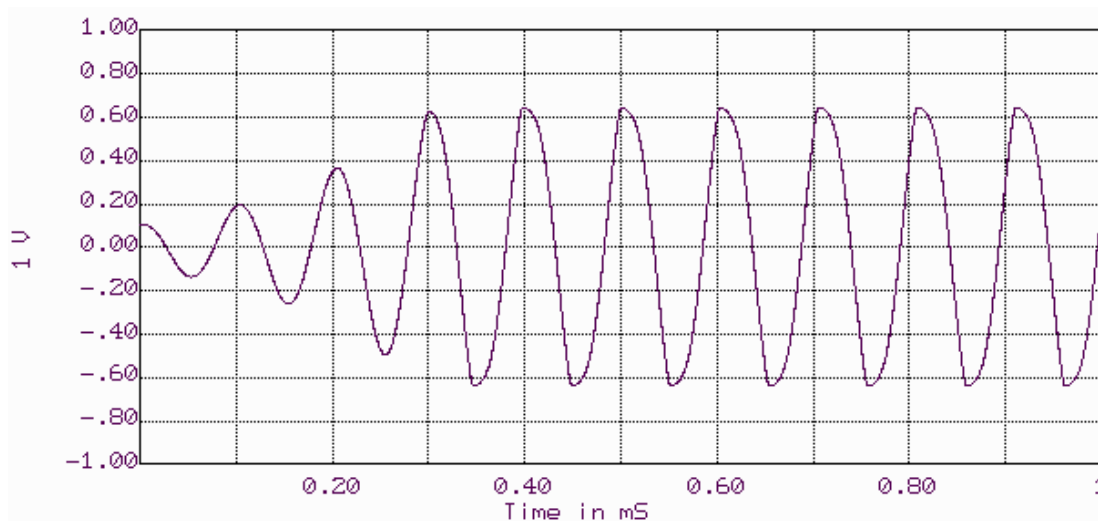
Obr.11.5 Realizácia záporného diferenciálneho odporu (vodivosti) a jeho idealizovaná charakteristika

Voltampérová charakteristika obr.11.7 obsahuje úsek so záporným diferenciálnym odporom $R_A = -\frac{R_1}{R_2} R_L$. Uvedený typ transformačného obvodu sa v literatúre vyskytuje obvykle pod názvom negatívny impedančný konvertor (NIK). V oblasti kladného diferenciálneho odporu na charakteristike je veľkosť tohoto odporu rovná R_L . Maximálne vstupné napätie, pri ktorom sa mení znamienko diferenciálneho odporu je dané vzťahom: $U_M = U_{sat} \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$, kde U_{sat} predstavuje výstupné saturačné

napätie použitého operačného zosilňovača. Ako ukážku realizácie dvojbodového oscilátora so záporným odporom N-typu uvedieme obvod podľa obr.11.6. Pre zvolené hodnoty parametrov je na nasledujúcom obrázku uvedený priebeh narastania kmitov.



Obr.11.6 Oscilátor so záporným odporom realizovaný pomocou operačného zosilňovača



Obr.11.7 Nábeh a ustálenie kmitov v oscilátore podľa obr.11.8

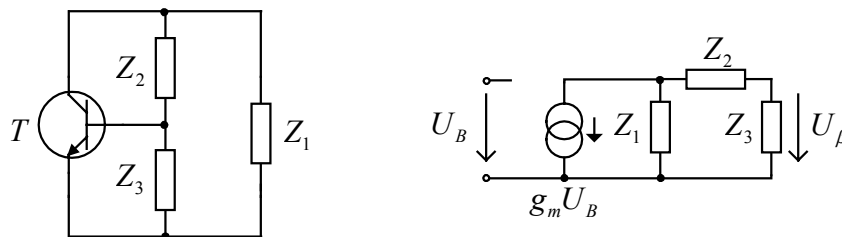
V zapojení podľa 11.6 sú vymenené vstupy operačného zosilňovača oproti obr. 11.5. Dôvod je v tom, že NIK podľa obr. 11.7 je stabilný pri vstupe naprázdno a pri spojení vstupu nakrátko dochádza k saturácii operačného zosilňovača a vyradením celého NIKu z normálnej činnosti. Voltampérové charakteristiky oboch verzii NIKov sú však rovnaké. Záverom tejto kapitoly uvedieme hlavné poznatky, ktoré vyplývajú z predošlých úvah ako aj zovšeobecnením praktických skúseností (simulácie) uvedeného typu oscilátorov.

1. Podmienkou pre vznik kmitov je **záporná výsledná vodivosť** $G_V < 0$ (rastúce kmity). Ustálenie amplitúdy kmitov spôsobuje prítomnosť **nelinearity** pripojenej ku kmitavému obvodu. Na obr. 11.4 je nelineárny dvojpól tvorený antiparalelne spojenými diódami. Záporná vodivosť G_A je lineárna (len teoretická možnosť). V prakticky fungujúcom oscilátore podľa obr. 11.6 pribudla ďalšia nelinearita, ktorá predstavuje reálny záporný odpor podľa obr. 11.5. V tomto konkrétnom prípade určuje amplitúdu oscilácií nelineárna charakteristika diód. Po odpojení diód sa amplitúda kmitov zvýši a je určená nelinearitou samotného záporného odporu (vodivosti) R_A .
2. Nelineárne skreslenie generovaného napätia bude tým väčšie, čím bude koeficient $\frac{G_V}{C}$ v rovnici (11) zápornejší.
3. Prítomnosť nelineárneho prvku spôsobuje vznik vyšších harmonických zložiek napätia a prúdu, dôsledkom čoho je: a) ustálenie amplitúdy kmitov, b) zníženie frekvencie kmitov.

Dôkaz tvrdenia b) na tomto mieste robiť nebudeme, je možné ho nájsť v literatúre, napr. v knihe [1]. Jasne je však zníženie frekvencie vidieť aj z ukážok simulácie počítačom (obr. 11.7). Obvykle je zníženie frekvencie kmitov spôsobené nelinearitou výraznejšie ako zníženie spôsobené vlastnými stratami kmitavého obvodu.

11.4 Spätoväzbové oscilátory

Druhým spôsobom ako vysvetliť funkciu mnohých praktických zapojení oscilátorov je aplikácia **kladnej spätnej väzby** v zosilňovačoch. Najviac sa uplatnili v praxi tzv. trojbodové zapojenia: Hartley, Colpitts. Kmitavý obvod je u týchto zapojení pripojený tromi bodmi k aktívnemu prvku (najčastejšie tranzistoru) tak, aby boli splnené podmienky pre vznik kmitov : a) $\beta A > 1$, b) $\arg(\beta A) = 0$.



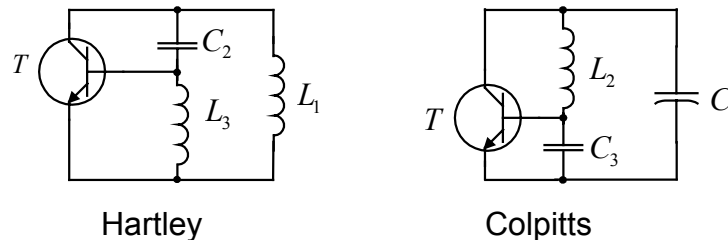
Obr. 11.8 Princíp trojbodových LC oscilátorov.

Prenos otvorenej slučky sp. väzby je:
$$\frac{U_\beta}{U_B} = \beta A = -g_m \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (12)$$

Podmienka vzniku kmitov je v tomto prípade $\beta A > 1$. Ak napíšeme impedancie Z_1, Z_2, Z_3 v zložkovom tvare $Z_1 = R_1 + jX_1, Z_2 = R_2 + jX_2, Z_3 = R_3 + jX_3$, potom rovnica (12)

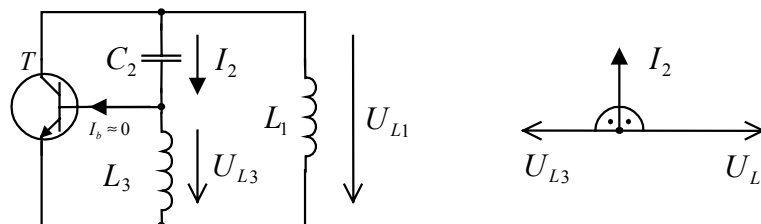
prejde do tvaru
$$-\frac{1}{g_m} = \frac{-X_1 X_3 + R_1 R_3 + j(R_1 X_3 + R_3 X_1)}{R_1 + R_2 + R_3 + j(X_1 + X_2 + X_3)} \quad (13)$$

Za predpokladu $|X_i| \gg R_i$ (malé straty kmitavého obvodu) ostane v čitateli $-X_1 X_3$. Aby bola rovnica (13) splnená, musí mať X_1 rovnaký charakter ako X_3 a X_2 opačný charakter. Z tohto vyplývajú dve základné modifikácie trojbodových oscilátorov uvedené na obrázku 11.9. Kmitavý LC obvod v týchto zapojeniach zabezpečuje dve funkcie: a) frekvenčne selektívnu záťaž pre tranzistor ako zosilňovač, b) realizuje kladnú spätnú väzbu v zosilňovači



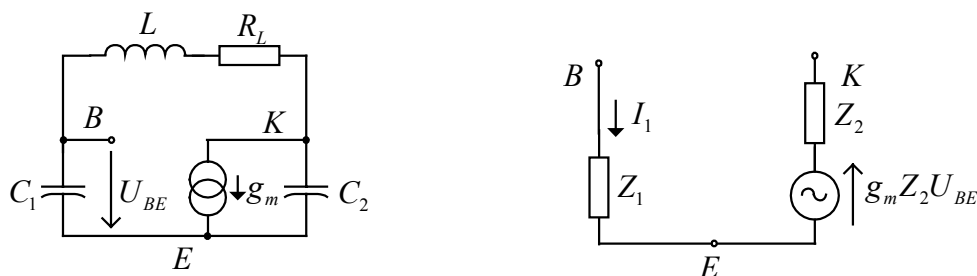
Obr.11.9 Principiálne zapojenia dvoch základných trojbodových LC oscilátorov.

Záverov rovnice (13) možno názorne potvrdiť aj pomocou zjednodušeného fázorového diagramu uvedeného na nasledujúcom obrázku, ktorý ukazuje, že napätia U_{L1} a U_{L3} sú fázovo posunuté o 180 stupňov. Teda v celom zosilňovači ide o kladnú spätnú väzbu potrebnú pre vznik kmitov. Predpokladom tohto tvrdenia je, že reaktancia kondenzátora C_2 je omnoho väčšia ako reaktancia cievky L_3 . Vtedy prúd I_2 predbieha fázovo napätie U_{L1} o 90 stupňov a nezávisí prakticky od L_3 .



Obr.11.10 K vysvetleniu kladnej spätnej väzby v Hartleyovom oscilátore pomocou zjednodušeného fázorového diagramu.

Aby obvody podľa obr. 11.9 mohli fungovať, je potrebné doplniť ich o nevyhnutné prvky pre jednosmerné napájanie resp. galvanické oddelenie niektorých uzlov. Pridaním ďalších prvkov možno zapojenie rôzne modifikovať a zlepšovať niektoré parametre a charakteristiky oscilátorov. V literatúre je možné nájsť dostatok príkladov. Metodiku konkrétneho návrhu trojbodových oscilátorov na tomto mieste vysvetľovať nebudeme. Na príklade Colpittsovho oscilátora ukážeme, že aj pre trojbodové zapojenia môžeme použiť koncepciu záporného odporu pre určenie podmienky vzniku kmitov v lineárnom režime.



Obr. 11.11 Vyšetrenie podmienky pre vznik kmitov v Colpittsovom oscilátore

Pre náhradný obvod podľa obr.11.11 môžeme napísať pre napätie U_{BK} vzťah:

$$U_{BK} = Z_1 I_1 + g_m Z_2 Z_1 I_1 + Z_2 I_1$$

Impedancia aktívnej časti medzi bodmi B,K je: $Z_{BK} = \frac{U_{BK}}{I_1} = Z_1 + Z_2 + g_m Z_1 Z_2$ (14)

Po dosadení Z_1, Z_2 dostaneme: $Z_{BK} = -\frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2} + \frac{I}{j\omega \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} = -R_C + \frac{I}{j\omega \omega_v}$ (15)

Podmienka pre vznik kmitov je v tomto prípade $\frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2} > R_L$ (16)

Približná frekvencia kmitov je $\omega_o = \frac{I}{\sqrt{LC_v}}$ (17)

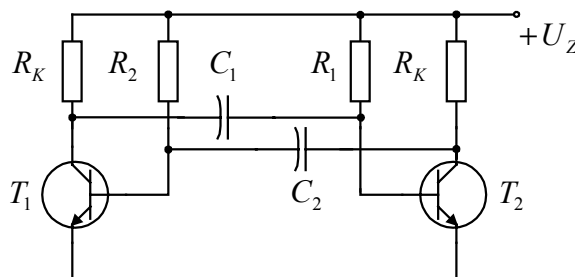
Uvedené vzťahy sú len orientačné, hlavné zjednodušenie je v zanedbaní vstupnej vodivosti bipolárneho tranzistora. Pre tranzistor MOS alebo FE je situácia priaznivejšia. Výhodou je však ich prehľadnosť pri návrhu oscilátora.

11.5 Generátory neharmonických kmitov

Z predchádzajúcich úvah vieme, že generované kmity sa odlišujú od ideálneho harmonického priebehu tým viac, čím je intenzívnejšia kladná spätná väzba resp. Väčšia absolútna hodnota záporného odporu v kmitavom obvode. Stupeň kladnej väzby sa kvantitatívne vyjadruje tzv. **činiteľom regenerácie**. Zvyšovanie tohoto činiteľa spôsobuje, že aktívny prvok (tranzistor, tunelová dióda) sa dostáva do režimu spínača tj. buď je maximálne vodivý – zopnutý alebo nevodivý – vypnutý. Generátory neharmonických kmitov s vysokým činiteľom regenerácie a výraznou prevahou jedného typu akumuláčnych prvkov (obvykle kondenzátorov) sa nazývajú tiež **relaxačné oscilátory, alebo astabilné multivibrátory**.

11.6 Astabilný multivibrátor

Typickým predstaviteľom tejto kategórie generátorov je dvojtranzistorový astabilný multivibrátor podľa obr. 11.12. Používa sa v rôznych elektronických zariadeniach ako zdroj elektrických kmitov obdĺžnikového tvaru. Trvanie kmitu môže byť rovnaké ako nasledujúca medzera alebo rôzne, závisí to od voľby časových konštánt v obvode. V prvom prípade hovoríme o symetrickom astabilnom multivibrátore.



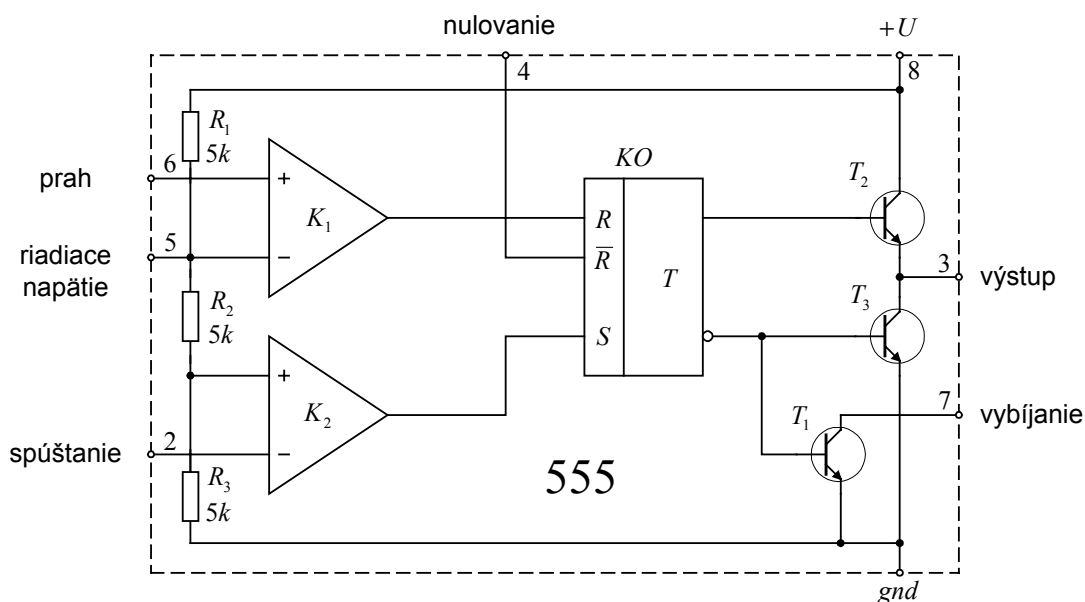
Obr. 11.12 Základné zapojenie astabilného multivibrátora s bipolárnymi tranzistormi

V obvode podľa obr. 11.13 môžeme odoberať z kolektora tranzistora T_2 obdĺžnikové impulzy so šírkou $t_2 \cong R_2 C_2 \ln 2$ (18)

Podobne môžeme z kolektora T_1 využiť impulzy šírky $t_1 \cong R_1 C_1 \ln 2$ (19)

Náhradný obvod a odvodenie uvedených vzťahov na tomto mieste robiť nebudeme, ale ide v podstate o riešenie vybíjania kondenzátora C_2 , C_1 cez rezistor R_2 , R_1 na potenciál $U_{BE} = 0.6V$, [2] str. 99. Vzťahy (18), (19) sú len orientačné, odvodenie presných vzťahov môže čitateľ nájsť napr. v knihe [3] str. (107 – 116).

V literatúre možno nájsť rôzne varianty astabilných RC multivibrátorov s tranzistormi. Nevýhodou všetkých podobných zapojení je značná závislosť amplitúdy aj periódy kmitov od napájacieho napätia a zmien parametrov tranzistorov. Pri vyšších nárokoch na stabilitu frekvencie kmitov sa dnes používajú integrované obvody tzv. časovače (presnejšie analógové časovače). Typickým predstaviteľom týchto obvodov je integrovaný obvod typu 555 vyrábaný rôznymi firmami v rôznych technologických mutáciách napr. bipolárny alebo CMOS (obr. 11.13). Uvedený obvod je podstatne zložitejší a na definovanie časového intervalu sa využíva opäť nabíjanie kondenzátora cez rezistor. Moment preklopenia je však precízne definovaný pomocou napäťových komparátorov, ktoré sú súčasťou integrovaného obvodu. Výberom vonkajších stabilných prvkov R, C, ktoré určujú dobu kmitu, možno zabezpečiť požadovanú frekvenciu.



Obr. 11.13 Bloková schéma analógového časovacieho obvodu typu 555

11.7 Úlohy

Pre dvojpólový oscilátor s aktívnou zápornou vodivosťou GA podľa obr. 11.4 urobte:
a) pre zadané parametre prvkov L , G , C , D , GA nakreslite v grafickom editore MC3 schému a urobte simuláciu nábehu a ustálenia kmitov napätia $u(t)$.
b) z výsledkov simulácie určte amplitúdu a periodu (frekvenciu) ustálených kmitov

1. Na predloženej vzorke oscilátora s operačným zosilňovačom podľa obr. 11.6 (praktická realizácia z obr. 11.4) zmerajte pomocou systému ADON priebehy

napětí na rez. obvode a na výstupe operačného zosilňovača. Zmerajte aj periodu ustálených kmitov.

2. Zmerajte relatívne frekvenčné spektrum generovaných kmitov pomocou FFT (Fast Fourier Transform) a vypočítajte koeficient nelineárneho skreslenia kmitov.
3. Vypočítané a namerané výsledky porovnajte a zhodnoťte cvičenie.

Doplnková literatúra:

[1] Vachala,V. , Křišťan,L. : Oscilátory a generátory, SNTL, Praha 1947

[2] Tietze,U., Shenk,Ch. : Halbleiter-Schaltungstechnik. Springer-Verlag, Berlin 1980

[3] Uhlíř,J., Slípka,J. : Polovodičové impulsové a spínací obvody. SNTL, Praha 1972