

Zbierka Príkladov z ADSS2

12. Prenosová funkcia FIR systémov, linearita fázovej charakteristiky [2], [3]

Zadanie

Máme zadanú prenosovú funkciu FIR filtra

$$H(z) = (1 - z_{01}z^{-1})(1 - z_{02}z^{-1})$$

Vypočítajte hodnoty korenov z_{01} a z_{02} tak aby mal filter lineárnu fázovú charakteristiku.

Riešenie

Upravíme prenosovú charakteristiku tak, že roznásobíme výraz.

$$H(z) = (1 - z_{01} \cdot z^{-1}) \cdot (1 - z_{02} \cdot z^{-1}) = 1 - z^{-1} \cdot (z_{01} + z_{02}) + z^{-2} \cdot (z_{01} \cdot z_{02})$$

Ďalej si vyjme z^{-1} čím dostaneme:

$$H(z) = z^{-1} \cdot (z - (z_{01} + z_{02}) + z^{-1}(z_{01} \cdot z_{02}))$$

Prepíšeme výraz do frekvenčnej oblasti:

$$H(\Omega) = e^{-j\Omega} \cdot (e^{j\Omega} + e^{-j\Omega} \cdot (z_{01} \cdot z_{02}) - (z_{01} + z_{02}))$$

Vyjadříme si výraz pomocou funkcií sin a cos.

$$H(\Omega) = e^{-j\Omega} \cdot (\cos \Omega + j \sin \Omega + \cos \Omega \cdot (z_{01} \cdot z_{02}) - j \sin \Omega \cdot (z_{01} \cdot z_{02}) - (z_{01} + z_{02}))$$

Teraz musíme dosiahnuť aby výraz v zátvorke mal nulovú fázu, aby sme tak dosiahli celkovú lineárnu fázu. Fáza výrazu v zátvorke je nasledovná:

$$\arctg \left[\frac{\sin \Omega \cdot (1 - z_{01} \cdot z_{02})}{\cos \Omega \cdot (1 + z_{01} \cdot z_{02}) - (z_{01} + z_{02})} \right]$$

Tento výraz bude rovný 0 stupňov vtedy keď bude platiť:

$$1 - z_{01} \cdot z_{02} = 0$$

S toho dostávame podmienku na vzťah medzi koreňmi:

$$z_{01} = \frac{1}{z_{02}}$$

Po dosadení v'ahu medzi koreňmi do pôvodného frekvenčného tvaru dostávame aj s úpravou:

$$H(\Omega) = e^{-j\Omega} \cdot (e^{j\Omega} + e^{-j\Omega} - (z_{01} + \frac{1}{z_{01}})) = e^{-j\Omega} \cdot (2 \cos \Omega - (z_{01} + \frac{1}{z_{01}}))$$

Tento výraz má nasledovnú magnitudovú a frekvenčnú charakteristiku, ktorá je vidieť s obrázku lineárna.

