

Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně

Ústav elektrotechniky a měření

Lineární dvojbrany

Přednáška č. 9

Milan Adámek

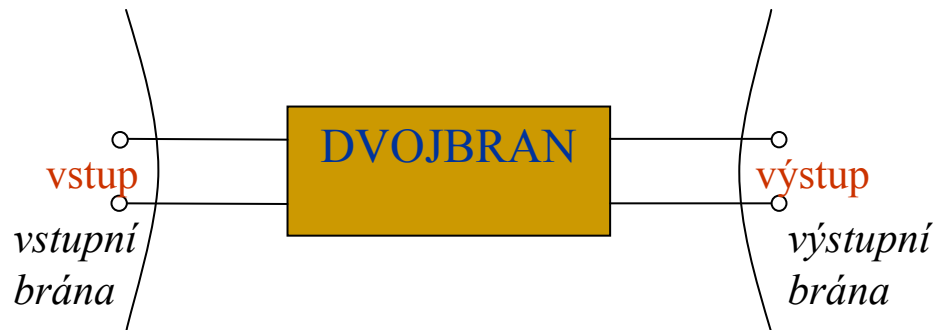
adamek@ft.utb.cz

U5 A711

+420576035251

Dvojbran

- má vstupní bránu (vstup) a výstupní bránu (výstup)
- slouží pro úpravu vstupního signálu na výstupní signál podle účelu, pro který byl dvojbran konstruován:
 1. zesílení signálu
 2. zeslabení signálu
 3. změna frekvenčního spektra signálu



Klasifikace dvojbranů

Pro klasifikaci lze použít kritéria:

1. *linearita dvojbranu*

- lineární – obsahují lineární prvky
- nelineární – obsahují nelineární prvky

2. *charakter prvků*

- pasivní – obsahují pasivní prvky
- aktivní – obsahují aktivní prvky

3. *souměrnost dvojbranu*

- souměrné – lze zaměnit vstup za výstup bez změny funkce
- nesouměrné – při záměru vstupu za výstup dojde ke změně funkce dvojbranu

Rovnice dvojbranu



Dvojbran lze
popsat šesti
rovnícemi

1. *Impedanční*
2. *Admitanční*
3. *Hybridní sériově paralelní*
4. *Hybridní paralelně sériové*
5. *Kaskádní*
6. *Zpětně kaskádní*

1. Impedanční rovnice dvojbranu

uvádí závislost napětí
na proudu

$$\hat{U}_1 = \hat{z}_{11} \cdot \hat{I}_1 + \hat{z}_{12} \cdot \hat{I}_2$$

$$\hat{U}_2 = \hat{z}_{21} \cdot \hat{I}_1 + \hat{z}_{22} \cdot \hat{I}_2$$

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_{11} & \hat{z}_{12} \\ \hat{z}_{21} & \hat{z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \end{bmatrix}$$

maticový
zápis

\hat{z}_{11} vstupní impedance při výstupu naprázdno

\hat{z}_{21} přenosová impedance při výstupu
naprázdno

\hat{z}_{12} zpětná přenosová impedance při vstupu
naprázdno

\hat{z}_{22} výstupní impedance při vstupu
naprázdno

Fyzikální význam koeficientů impedanční matice

- určíme z mezních vztahů:
 - stavu naprázdno
 - stavu nakrátko

$$\hat{z}_{11} = \frac{\hat{U}_1}{\hat{I}_1} \Big|_{\hat{I}_2=0}$$

$$\hat{z}_{21} = \frac{\hat{U}_2}{\hat{I}_1} \Big|_{\hat{I}_2=0}$$

při výstupu
naprázdno

$$\hat{z}_{12} = \frac{\hat{U}_1}{\hat{I}_2} \Big|_{\hat{I}_1=0}$$

$$\hat{z}_{22} = \frac{\hat{U}_2}{\hat{I}_2} \Big|_{\hat{I}_1=0}$$

při vstupu
naprázdno

2. Admitanční rovnice dvojbranu

umožňují vypočítat \hat{I}_1, \hat{I}_2 ze známých hodnot \hat{U}_1, \hat{U}_2

$$\hat{I}_1 = \hat{y}_{11} \cdot \hat{U}_1 + \hat{y}_{12} \cdot \hat{U}_2$$

$$\hat{I}_2 = \hat{y}_{21} \cdot \hat{U}_1 + \hat{y}_{22} \cdot \hat{U}_2$$

admitanční
matice

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{11} & \hat{y}_{12} \\ \hat{y}_{21} & \hat{y}_{22} \end{bmatrix}$$

\hat{y}_{11}	vstupní admitance při výstupu nakrátko
\hat{y}_{21}	přenosová admitance při výstupu nakrátko
\hat{y}_{12}	zpětně přenosová admitance při vstupu nakrátko
\hat{y}_{22}	výstupní admitance při vstupu nakrátko

Pozn: admitanční matici je možné vyjádřit jako inverzní matici k matici impedanční

$$\hat{y}_{11} = \frac{\hat{I}_1}{\hat{U}_1} \Big|_{\hat{u}_2=0}$$

$$\hat{y}_{21} = \frac{\hat{I}_2}{\hat{U}_2} \Big|_{\hat{u}_1=0}$$

při výstupu
nakrátko

při vstupu
nakrátko

$$\hat{y}_{21} = \frac{\hat{I}_2}{\hat{U}_1} \Big|_{\hat{u}_2=0}$$

$$\hat{y}_{22} = \frac{\hat{I}_2}{\hat{U}_2} \Big|_{\hat{u}_1=0}$$

3. Hybridní sériově paralelní rovnice dvojbranu

$$\hat{U}_1 = \hat{h}_{11} \cdot \hat{I}_1 + \hat{h}_{12} \cdot \hat{U}_2$$

$$\hat{I}_2 = \hat{h}_{21} \cdot \hat{I}_1 + \hat{h}_{22} \cdot \hat{U}_2$$

hybridní s-p
matice



$$\hat{h} = \begin{bmatrix} \hat{h}_{11} & \hat{h}_{12} \\ \hat{h}_{21} & \hat{h}_{22} \end{bmatrix}$$

- \hat{h}_{11} vstupní impedance při výstupu nakrátko
- \hat{h}_{21} přenos proudu při výstupu nakrátko
- \hat{h}_{12} zpětný přenos napětí při vstupu naprázdno
- \hat{h}_{22} výstupní admitance při vstupu naprázdno

Pozn: *hybridní* vyjadřuje skutečnost, že parametry mají různé fyzikální rozměry (impedance, admitance, bezrozměrné přenosy)

4. Hybridní paralelně sériové rovnice dvojbranu

$$\hat{I}_1 = \hat{k}_{11} \cdot \hat{U}_1 + \hat{k}_{12} \cdot \hat{I}_2$$

$$\hat{U}_2 = \hat{k}_{21} \cdot \hat{U}_1 + \hat{k}_{22} \cdot \hat{I}_2$$

hybridní p-s
matice



$$\hat{k} = \hat{h}^{-1}$$



matice jsou vzájemně inverzní

5. Kaskádní rovnice dvojbranu

$$\hat{U}_1 = \hat{a}_{11} \cdot \hat{U}_2 + \hat{a}_{12} (-\hat{I}_2)$$

$$\hat{I}_1 = \hat{a}_{21} \cdot \hat{U}_2 + \hat{a}_{22} (-\hat{I}_2)$$



- \hat{a}_{11} převrácená hodnota přenosu napětí naprázdno
- \hat{a}_{21} převrácená hodnota přenosové impedance naprázdno
- \hat{a}_{12} převrácená hodnota přenosové admitance nakrátko
- \hat{a}_{22} převrácená hodnota přenosu proudu nakrátko

6. Zpětné kaskádní rovnice dvojbranu



$$\hat{U}_2 = \hat{b}_{11} \cdot \hat{U}_1 + \hat{b}_{12} \cdot (-\hat{I}_1)$$

$$\hat{I}_2 = \hat{b}_{21} \cdot \hat{U}_1 + \hat{b}_{22} \cdot (-\hat{I}_1)$$

Imitační funkce dvojbranu

- **imitační funkce** dvojbranu vyjadřují impedance resp. admitance, které charakterizují impedanční poměry na vstupu a výstupu dvojbranu
- dvojbran charakterizují **vstupní a výstupní impedance**, resp. jejich převrácené hodnoty

1. Vstupní impedance

$$\hat{Z}_{vst} = \frac{\hat{U}_1}{\hat{I}_1}$$

2. Výstupní impedance

$$\hat{Z}_{výst} = \frac{\hat{U}_2}{\hat{I}_2}$$

Přenosové funkce dvojbranu

- přenos napětí

$$\hat{K}_u = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1}$$

- přenos proudu

$$\hat{K}_I = \frac{\hat{I}_2}{\hat{I}_1}$$

- přenosová impedance

$$\hat{Z}_T = \frac{\hat{U}_2}{\hat{I}_1}$$

- přenosová admitance

$$\hat{Y}_T = \frac{-\hat{I}_2}{\hat{U}_1}$$

} *bezrozměrné*

Frekvenční charakteristiky dvojbranu

- přenos napětí (proudu) je fci frekvence

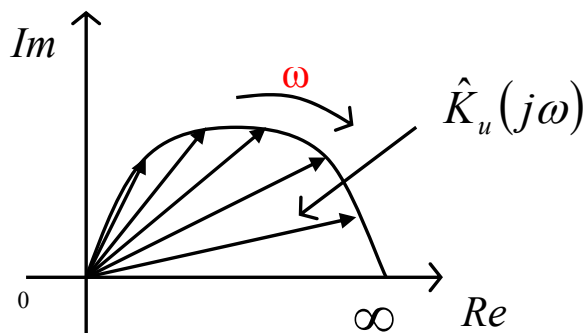
$$\hat{K}_u(j\omega) = \frac{\hat{U}_2(j\omega)}{\hat{U}_1(j\omega)} = K_u(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

fáze

modul (amplituda)

- Nyquistův diagram - zobrazení přenosu v komplexní rovině

$$\hat{K}_u(j\omega) = K_u(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = R_e[\hat{K}_u(j\omega)] + j \cdot I_m[\hat{K}_u(j\omega)]$$



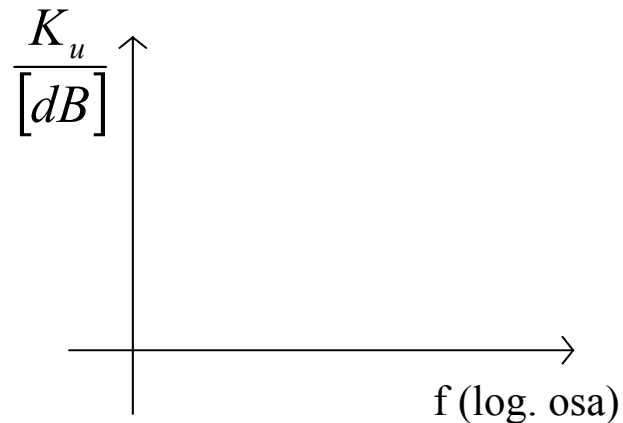
- Bodého diagram - jde o zobrazení modulové (amplitudové) a fázové frekvenční charakteristiky

1. *amplitudová frekvenční charakteristika*

- na osu y vynášíme funkci $K_U(\omega)$ v decibelech

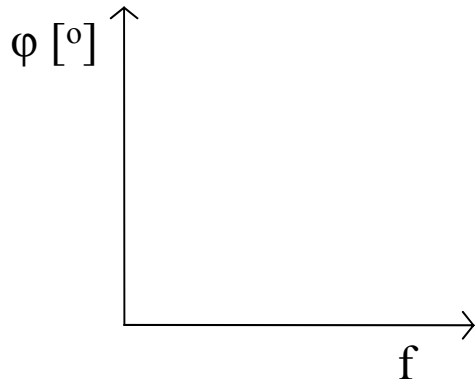
$$K_{U_{dB}}(\omega) = 20 \log_{10} K_U(\omega)$$

- pro osu y používáme lineární stupnici
- na osu x vynášíme frekvenci (zpravidla pro velký rozsah frekvencí: Hz – MHz)
- pro osu x používáme logaritmickou stupnici



2. *fázová frekvenční charakteristika*

- na osu y vynášíme fázi ve stupních
- pro osu y používáme lineární stupnici
- na osu x vynášíme frekvenci (zpravidla pro velký rozsah frekvencí: $Hz - MHz$)
- pro osu x používáme logaritmickou stupnici



Mezní frekvence ω_0

- zavádí se z důvodů zavedení normované bezrozměrné frekvenční osy
- při tomto kmitočtu je fázový posuv mezi vstupním a výstupním napětím 45°

Dvojbran realizovaný RC prvky

