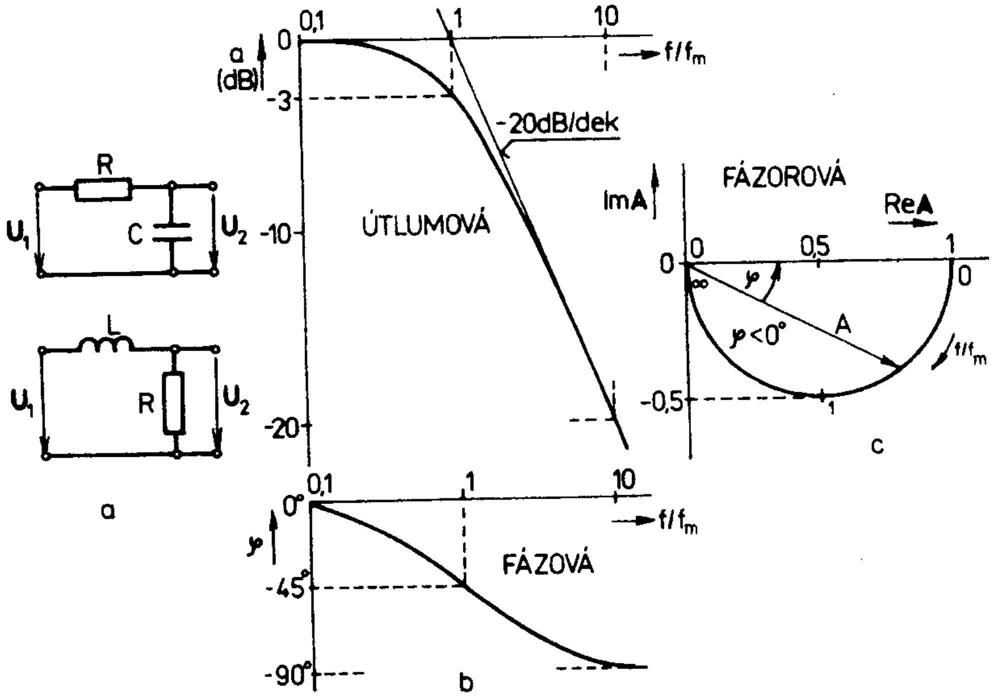
KOMPLEXNÍ DVOJBRANY - PŘENOSOVÉ VLASTNOSTI

Intergrační a derivační článek RC patří mezi komplexní dvojbrany. Integrační článek má vlastnost dolnofrekvenční propusti, zatímco derivační má propust hornofrekvenční. U těchto článků je vždy důležitý napěťový přenos A . Je to poměr výstupního napětí ke vstupnímu. Přenos je závislý na kmitočtu $A = |A|e^{j\varphi}$. Je-li přenos větší než 1, jedná se o zesílení. V opačné případě dojde k útlumu. Dobrou představu o chování těchto dvojbranů nám dává grafické znázornění frekvenční závislosti na jeho přenosu. Přenos se zde obvykle vyjadřuje v decibelech $a = 20 \log |U_2/U_1|$ [dB]

Integrační článek RC a RL nezatížený na výstupu :



Obr. Integrační články a jejich frekvenční charakteristiky

Přenos těchto článků odvodíme z poměru výstupního napětí U_2 a U_1. Předpokládáme nulový vnitřní odpor zdroje signálu a výstup článku naprázdno. Pro článek RC dostáváme

$$A = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{j\Omega C}}{R + \frac{1}{j\Omega C}} = \frac{1}{1 + j\Omega RC}$$

. Pro článek RL dostaneme

$$A = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{R + j\Omega L} = \frac{1}{1 + j\Omega \frac{L}{R}}$$

Zavedením časových konstant $\tau = RC$ a $\tau = \frac{L}{R}$ dostaneme pro oba články stejný tvar rovnice přenosu

$$A = \frac{1}{1 + j\tau} = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_m}}$$

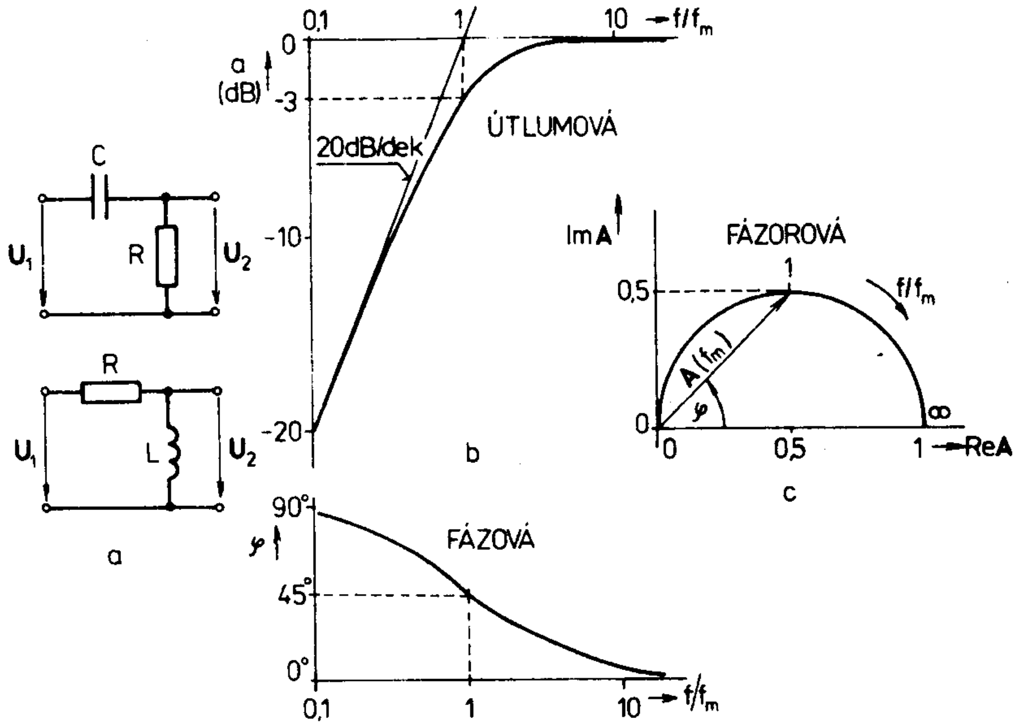
kde $f_m = \frac{1}{2\pi R}$ je mezní frekvence článků.Ze shodnosti vztahů pro přenos obou článků plyne, že oba články stejným způsobem ovlivňují procházející signál. Říkáme, že mají stejné přenosové vlastnosti.

Rovnice jejich útlumové charakteristiky v prostém poměru má tvar $|A| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f}{f_m}\right)^2}}$ v decibelech

. Vypočteme rovnici fázové chrakteristiky $\varphi = arctg\,\dfrac{\mathrm{Im}\,A}{\mathrm{Re}\,A} = -arctg\,\dfrac{f}{f_m}$.

Dosazováním zvolených číselných hodnot za $\dfrac{f}{f_m}$ do vztahů pro ReA a ImA dostaneme souřadnice bodů fázové frekvenční charakteristiky.

Derivační a článek RC a RL nezatížený na výstupu :



Obr. Derivační články a jejich frekvenční charakteristiky

Vzájemnou změnou rezistoru a kondenzátoru nebo cívky v zapojení článků integračních vzniknou články derivační. Jejich přenos opět odvodíme z poměru výstupního napětí U_2 a

stupního napětí U_1. Pro článek RC dostaneme $A = \dfrac{R}{R+\dfrac{1}{j\Omega C}} = \dfrac{j\Omega CR}{1+j\Omega CR}$ a pro článek RL

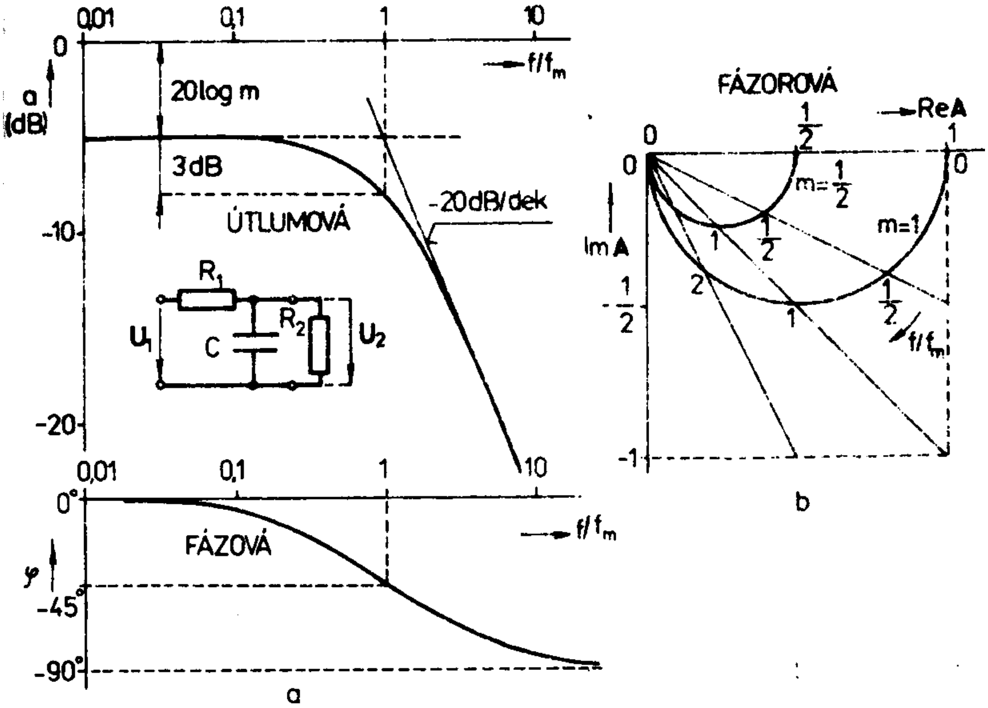
$A = \dfrac{j\Omega L}{R+j\Omega L} = \dfrac{j\Omega\dfrac{L}{R}}{1+j\Omega\dfrac{L}{R}}$. Zavedením časové konstanty τ = RC nebo $\tau = \dfrac{L}{R}$ a mezní

frekvence $f_m = \dfrac{1}{2\pi\tau}$ získáme pro oba tyto články stejnou rovnici přenosu ve tvaru $A = \dfrac{j\dfrac{f}{f_m}}{1+j\dfrac{f}{f_m}}$

. Formálně stejným způsobem, který byl použit pro integrační články, získáme pro derivační články rovnici útlumové charakteristiky v prostém poměru $|A| = \frac{\frac{f}{f_m}}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$ nebo v decibelech i rovnici fázové charakteristiky

$$\varphi = arctg\frac{\mathrm{Im}\,A}{\mathrm{Re}\,A} = arctg\frac{1}{\frac{f}{f}}.$$

Integrační článek RC zatížený rezistorem



Obr. **Charakteristiky integračního článku *RC* zatíženého rezistorem**

V mnoha případech nelze zajistit činnost popisovaných dvojbranů v podmínkách, ve kterých byl odvozen jejich přenos. Velmi často jsou články zatěžovány obvody. Použitím Théveninovy poučky vzniknou obvody, kde $U_1' = U_1\frac{R_2}{R_1+R_2}$

a $R = R_1\frac{R_2}{R_1+R_2}$

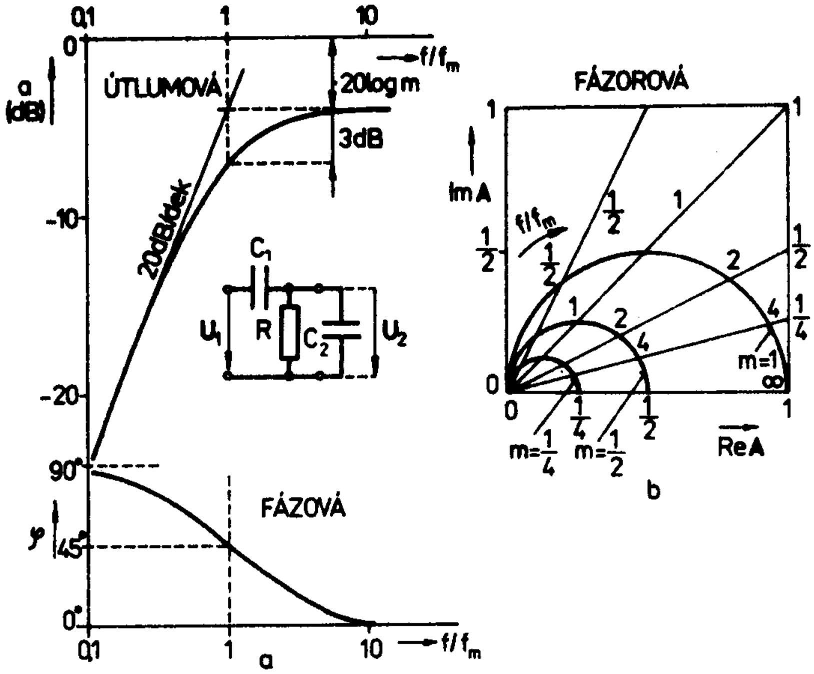
Zavedeme-li pro zjednodušení zápisu m = $\frac{R_2}{R_1+R_2}$, můžeme psát U_1' = mU_1 a R = mR_1. Odtud dostaneme původní vstupní napětí U_1 = $\frac{U_1'}{m}$ a vypočítáme přenos

$$A = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2}{U_1'}m = m\frac{\frac{1}{j\Omega C}}{R+\frac{1}{j\Omega C}} = m\frac{1}{1+j\Omega CR} = m\frac{1}{1+j\frac{f}{f_m}}.$$

Rovnice útlumové charakteristiky v pravém poměru má tvar $|A| = m\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f}{f_m}\right)^2}}$

V decibelech $a = 20\log m - 10\log\left[1+\left(\dfrac{f}{f_m}\right)^2\right]$. Z tohoto vztahu je zřejmé, že průběh útlumové charakteristiky sledovaného článku vyjádřený v decibelech se skládá ze dvou částí. První není závislá na frekvenci a je představována přímkou v úrovni 20 log m. Druhá je charakteristikou integračního článku naprázdno. Obvyklým způsobem získáme rovnici fázové charakteristiky $\varphi = -arctg\dfrac{f}{f_m}$. Připojením zatěžovacího rezistoru k výstupu integračního článku RC dojde ke změně časové konstanty a k posunutí výchozí úrovně útlumové charakteristiky a 0 dB směrem dolů na úroveň 20 log m decibelů.

Derivační článek zatížený kondenzátorem



Obr. Charakteristiky derivačního článku *RC* zatíženého kondenzátorem

Schéma překreslíme pomocí Théveninovy věty. Výsledkem zjednodušení je obvod, kde platí $C = C_1 + C_2$

a $U_1' = U_1\dfrac{C_1}{C_1+C_2}$. Označme $m = \dfrac{C_1}{C_1+C_2}$ a vypočítejme původní vstupní napětí U_1 pomocí napětí U_1'.

Dostaneme vztah $U_1 = \dfrac{U_1'}{m}$, který použijeme při odvození přenosu

$$A = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2}{U_1'}m = m\frac{j\Omega CR}{1+j\Omega CR} = m\frac{j\dfrac{f}{f_m}}{1+j\dfrac{f}{f_m}}$$

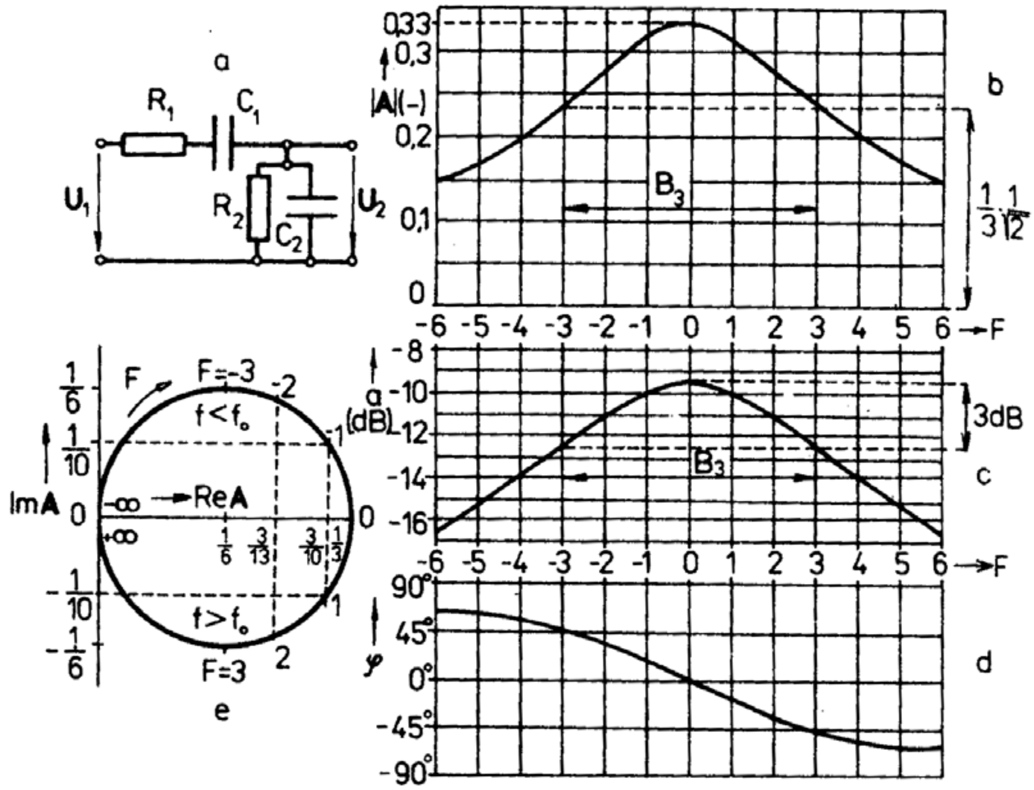
. Zde, stejně jako v předcházejících případech, je $f_m = \dfrac{1}{2\pi\tau}$

a τ = RC . Rovnici útlumové charakteristiky získáme opět výpočtem absolutní hodnoty p přenosu $|A| = m\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$. V decibelech

dostáváme . Protože dělící poměr m může dosáhnout nanejvýš jedné, je první, frekvenčně nezávislá část předcházejícího vztahu představována vodorovnou přímkou v příslušné záporné úrovni. Zbývající část vztahu pro a je útlumová charakteristika nezatíženého derivačního článku. Časová konstanta je nyní $\tau = R(C_1 + C_2)$. Při výpočtu fázového posunu se opět m zkrátí a rovnice fázové

charakteristiky má stejný tvar jako rovnice pro článek naprázdno $\varphi = arctg\frac{1}{\frac{f}{f_m}}$.

Wienův článek



Obr. **Wienův článek a jeho frekvenční charakteristiky**

Wienův článek je pásmová propust.

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \quad a \quad Z_1 = \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

Napěťový přenos :

$$A = \frac{U_1}{U_2} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}}$$

$$A = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + j\left(\omega C_2 R_1 - \frac{1}{\omega C_1 R_2}\right)}$$

Rovnice útlumové charakteristiky : $$|A| = \frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}\right)^2+\left(\omega C_2 R_1 - \frac{1}{\omega C_1 R_2}\right)^2}}$$

Při kritické frekvenci f_0 je reálný přenos : $$\omega C_2 R_1 - \frac{1}{\omega C_1 R_2} = 0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

Maximum přenosu při f_0: $$A_0 = \frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}}$$

Nejčastěji se používají W.články, ve kterých je R1=R2=R a C1=C2=C : $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$, $A_0 = \frac{1}{3}$, $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ =>

$$A = \frac{1}{3 + j(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})} = \frac{1}{3jF}$$

Útlumová a fázová charakteristika je vyjádřena rovnicí:

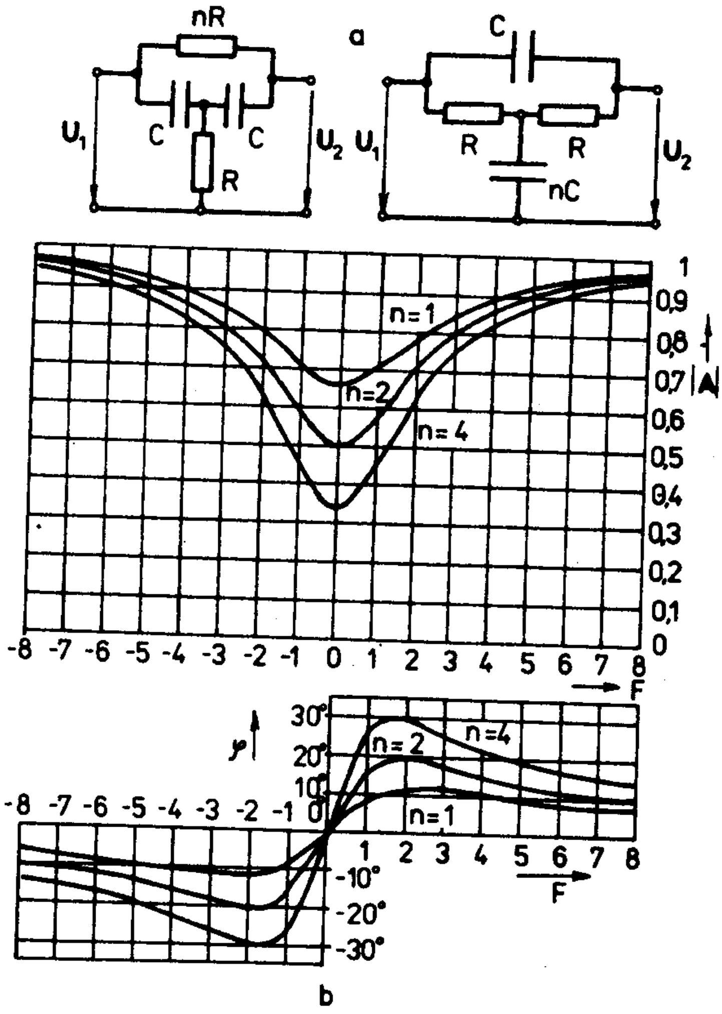
$$|A| = \frac{1}{\sqrt{9+F^2}}, \quad a = -10\log(9+F^2), \quad \varphi = -arctg(\frac{F}{3})$$

Odpovídající křivky jsou nakresleny na obr. Útlumová charakteristika je v lineární stupnici F souměrná podle svislé osy, procházející kritickou frekvencí (F=0). Této frekvenci odpovídá A=1/3 a φ=0.Při změně frekvence se zmenšuje absolutní hodnota přenosu směrem k nule.
Rozdíl frekvencí, který odpovídá domluvené změně absolutní hodnoty přenosu proti její velikosti při kritické frekvenci, se nazývá šířka pásma. Rozladění F_3, pro která poklesne |A| o 3dB prodi své max. hodnotě 1/3, vypočítáme z rovnice útlumové char. : $|A(F_3)| = \frac{1}{\sqrt{9+F_3^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{\sqrt{2}}$. Odtud plyne pro okraj pásma B_3 (obr b) $F_3 = \pm 3$.

Použitím vztahu pro přepočet poměrného rozladění F na frekvenci f dostaneme: $B_3 = 3f_0$

Z rovnice $A = \frac{1}{3+jF}$ určíme : $\operatorname{Re} A = \frac{3}{9+F^2}$ a $\operatorname{Im} A = \frac{F}{9+F^2}$ a odtud postupným dosazováním bodů fázové frekvenční charakteristiky za F dostáváme souřadnice jednotlivých bodů fázorozé charakteristiky.

Články typu přemostěného článku T



Obr. Rovnocenná zapojení přemostěných článků T a jejich charakteristiky

Je to pásmová zádrž RC.

Přenos : $A = \dfrac{F\sqrt{n} - j2}{F\sqrt{n} - j(n+2)}$

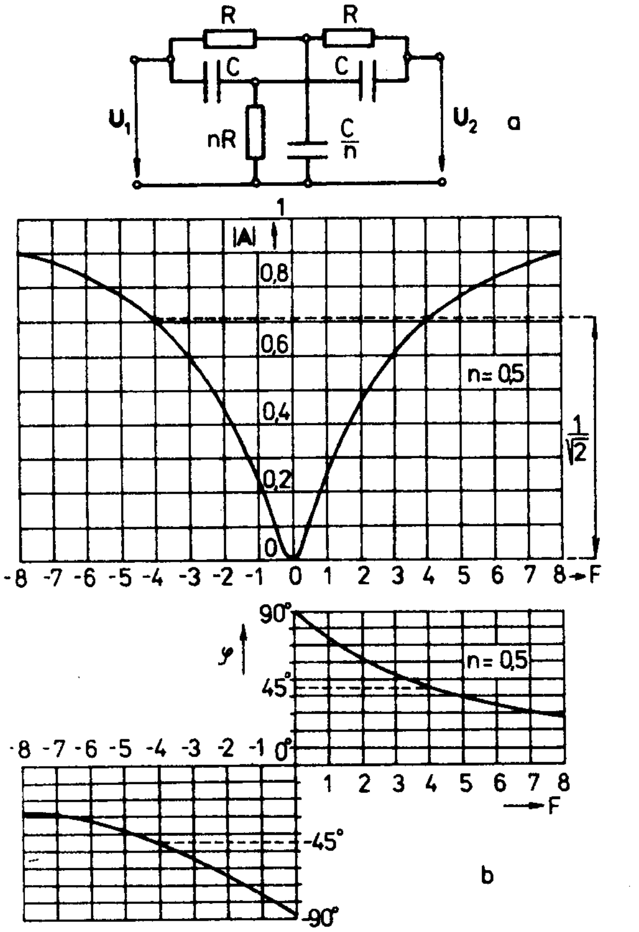
Význam *n* plyne z obrázku.

Kritická úhlová frekvence : $\omega_0 = \dfrac{1}{RC\sqrt{n}}$ - zde je přenos reálný a minimální

Rovnice útlumové charakteristiky : $|A| = \sqrt{\dfrac{nF^2 + 4}{nF^2 + (n+2)^2}}$

Rovnice fázové charakteristiky : $\varphi = arctg \dfrac{n\sqrt{n}F}{nF^2 + 2(n+2)}$

Články typu přemostěného článku T



Obr. Souměrný dvojitý článek T a jeho frekvenční charakteristiky

Je to pásmová zádrž RC. Jde o souměrný dvojitý článek T, který je v praxi nejčastější.

Kritická frekvence : $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ => $A(f_0) = \frac{2n^2 - n}{1 + n + 2n^2}$

Zvolíme-li n=0,5 dostaneme $A(f_0) = 0$.To znamená, že článek při n=0,5 zcela potlačuje napětí kritické frekvence.
Pro symetrický dvojitý článek T, který má n=0,5, je možné odvodit přenosovou rovnici v závislosti na poměrném rozladění F ve tvaru $A = \frac{F}{F - 4j}$.

Z tohoto vztahu plyne rce útlumové a fázové charakteristiky :

$$|A| = \frac{|F|}{\sqrt{F^2 + 16}} \quad \text{a} \quad \varphi = actg\frac{4}{F}$$

Jejich průběhy jsou zakresleny na obrázku. Při rozladění F=±4 je fázový posun φ=±45° a absolutní hodnota přenosu $1/\sqrt{2}$.Pro frekvenci $f = f_0$ (tj. F=0) je fázová charakteristika nespojitá. Fáze se při přechodu od frekvencí $f < f_0$ k frekvencím $f > f_0$ změní skokem z –90° na +90°.