Zbierka Príkladov z ADSS2

5. Prenosová funkcia LDKI systému, vplyv koreňov na frekvenčné charakteristiky, konvolúcia [1]

Zadanie

Určte transformáciu **Z** jednotkvého skoku a oblasť jeho konvergencie.
Jednotkový skok je definovaný ako:

$$u(n) = \langle \begin{matrix} 1 & \text{pre} & n \geq 0 \\ 0 & \text{pre} & n < 0 \end{matrix}$$

Je to vlastne postupnoť z predchádzajúceho príkladu za predpokladu, že a = 1 :

$$x(n) = \langle \begin{matrix} 0 & \text{pre} & n = -1, -2, -3, \ldots \\ a^n & \text{pre} & n = 0, 1, 2, \ldots \end{matrix}$$

Riešenie

Transformáciou **Z** tejto postupnosti dostaneme:

$$U(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \ldots + z^{-N} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n}$$

Ak do vzťahu

$$X(z) = \lim_{N\to\infty} X_N(z) = \frac{1}{1 - a.z^{-1}}$$

dosadíme za **a = 1**, a **|z^{-1}| < 1**, potom platí:

$$U(z) = \lim_{N\to\infty} U_N(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

Funkcia konverguje pre **|z| > 1** a diverguje pre **|z| < 1**.
Daná rovnica nám predstavuje prenosovú funkciu sústavy, ktorej impulzová charakteristika je diskrétny jednotkový skok. Takúto sústavu nazývame **generujúcou sústavou jednotkového skoku** a môžeme napísať:

$$U(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

Príslušnú diferenčnú rovnicu upravíme do tvaru:

$$Y(z) \cdot \left(1 - z^{-1}\right) = X(z)$$

a po aplikácii spätnej **Z** transformácie:

$$y(n) = x(n) + y(n-1)$$

Odpoveď sústavy **y(n)** opísanej touto diferenčnou rovnicou sa v každom takte rovná aktuálnemu súčtu hodnôt vzoriek ľubovaľného vstupného signálu **x(n)**, napr.:

$$y(3) = x(3) + y(2) = x(3) + x(2) + y(1) = x(3) + x(2) + x(1) + x(0)$$

Takúto sústavu nazývame sumátorom v časovej oblasti, resp. **akumulátorom**.

Späť